

Esempi svolti relativi al capitolo 6

Elementi e strutture precomprese

6.1	Esempio 6.1. Resistenza media a compressione richiesta al momento della precompressione	A6.3
6.2	Esempio 6.2. Calcolo delle distanze libere minime di armature pre-tese.....	A6.4
6.3	Esempio 6.3. Distanze libere minime tra armature post-tese.	A6.5
6.4	Esempio 6.4. Perdite per deformazione elastica del calcestruzzo in una trave post-tesa.	A6.6
6.5	Esempio 6.5. Perdite per attrito in un cavo simmetrico.	A6.8
6.6	Esempio 6.6. Posizione del punto fisso in un cavo non simmetrico.	A6.11
6.7	Esempio 6.7. Calcolo della perdita per attrito mediante il prospetto	A6.12
6.8	Esempio 6.8. Perdita per rientro dei dispositivi di ancoraggio.	A6.13
6.9	Esempio 6.9. Calcolo della deformazione da ritiro autogeno.	A6.17
6.10	Esempio 6.10. Calcolo del ritiro per essiccamento e del ritiro autogeno	A6.17
6.11	Esempio 6.11. Perdita per ritiro del calcestruzzo a tempo infinito in una trave con armatura pre-tesa.....	A6.20
6.12	Esempio 6.12. Perdita per ritiro del calcestruzzo a tempo infinito in una trave con armatura post-tesa.	A6.21
6.13	Esempio 6.13. Perdita per rilassamento a 1000 ore.	A6.24
6.14	Esempio 6.14. Perdita per rilassamento a tempo infinito.	A6.25
6.15	Esempio 6.15. Perdite per rilassamento in presenza di ciclo termico	A6.26
6.16	Esempio 6.16. Calcolo degli effetti di un ciclo termico sull'età di maturazione del calcestruzzo.....	A6.28
6.17	Esempio 6.17. Calcolo del coefficiente di viscosità a tempo infinito per calcestruzzo confezionato con cemento di classe N.	A6.29
6.18	Esempio 6.18. Calcolo del coefficiente di viscosità a tempo infinito per calcestruzzo confezionato con cemento di classe R.	A6.31
6.19	Esempio 6.19. Calcolo delle perdite di precompressione in una trave ad armature pre-tese con maturazione a vapore.	A6.31

6.20 Esempio 6.20. Trave a cavi post-tesi.	A6.41
6.21 Esempio 6.21. Determinazione del tipo di rottura di una sezione rettangolare precompressa (legame costitutivo elastico-perfettamente plastico per l'acciaio da precompressione).	A6.51
6.22 Esempio 6.22. Calcolo del momento resistente di una sezione a T precompressa (legame costitutivo dell'acciaio elastico-perfettamente plastico).	A6.54
6.23 Esempio 6.23. Calcolo del momento resistente di una sezione a T precompressa (legame costitutivo dell'acciaio elastico-incrudente).....	A6.58
6.24 Esempio 6.24. Calcolo delle lunghezze di trasmissione, di diffusione e di ancoraggio di armature pre-tese	A6.63
6.25 Esempio 6.25. Verifica allo SLU per taglio di una trave ad armatura pre-tesa.....	A6.65

6.1 Esempio 6.1. Resistenza media a compressione richiesta al momento della precompressione.

Dal Benestare Tecnico Europeo di un assegnato sistema di precompressione a cavi post-tesi si ricava che la resistenza media a compressione nella zona di ancoraggio al momento della precompressione non deve essere inferiore a 28 N/mm² per ancoraggi disposti ad un interasse di almeno 190 mm e a 36 N/mm² per un interasse non inferiore a 175 mm. Per una trave precompressa con cavi di questo tipo, si determini il grado massimo di precompressione a 7 giorni dal getto, per calcestruzzo di classe C32/40 confezionato con cemento di classe N.

La resistenza media a compressione a 28 giorni è pari a $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 40$ N/mm²; per cemento di classe N dal prospetto 6.7 del volume si ricava $\beta_{cc}(7) = 0,78$, pertanto la resistenza media e quella caratteristica a compressione a 7 giorni valgono:

$$f_{cm}(7) = \beta_{cc}(7) \cdot f_{cm} = 0,78 \cdot 40 = 31,2 \text{ N/mm}^2,$$

$$f_{ck}(7) = f_{cm}(7) - 8 = 23,2 \text{ N/mm}^2.^1$$

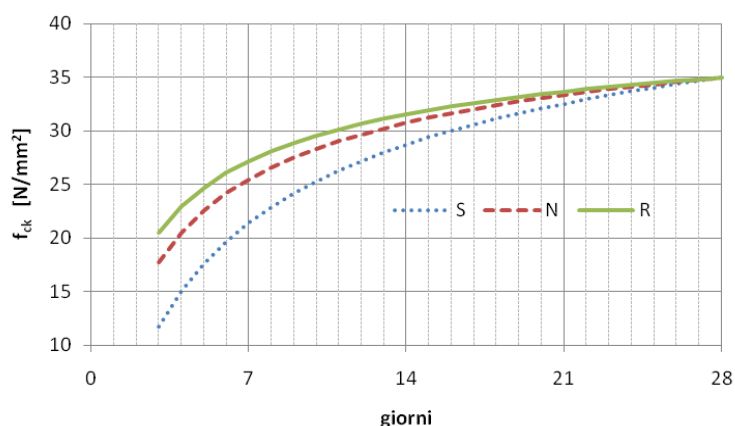


Figura A6.1 Andamento di $f_{ck}(t)$ nel tempo di un calcestruzzo di classe C35/45 per le tre classi di cemento (R, N, S).

Risulta $28 \text{ N/mm}^2 \leq f_{cm}(7) \leq 36 \text{ N/mm}^2$, per cui si può procedere con la precompressione completa per ancoraggi disposti ad interasse di 190 mm, mentre per quelli posti a 175 mm, essendo $f_{cm}(7)$ solo l'86,7 % della resistenza media richiesta ($K = 31,2 / 36 \cong 0,866$), occorre adottare un grado di precompressione $G < 100$ %. In particolare il massimo grado di precompressione che si può utilizzare è dato dalla formula $G = (7K - 200) / 5$; per $K = 86,7$ si ottiene $G = (7 \cdot 86,7 - 200) / 5 \cong 81$ %.

¹ Il valore calcolato è leggermente maggiore di quello riportato nel prospetto 6.8 del volume (23,15 N/mm²), essendo i valori di $\beta_{cc}(t)$ del prospetto 6.7 del volume approssimati alle prime due cifre decimali.

Si ricorda che il valore di $f_{cm}(7)$ determinato per via teorica deve essere verificato sperimentalmente attraverso prove di compressione su provini di calcestruzzo conservati nelle stesse condizioni ambientali della trave.

La figura A6.1 mostra l'andamento nel tempo della resistenza caratteristica a compressione di un calcestruzzo di classe C35/45 per le tre classi di cemento (R, N, S).

6.2 Esempio 6.2. Calcolo delle distanze libere minime di armature pre-tese.

Verificare il rispetto delle distanze minime tra le armature pre-tese nella sezione della trave mostrata nella figura A6.2. Le armature sono costituite da trefoli di 15 mm di diametro ed il diametro massimo degli inerti è pari a 25 mm.

La distanza libera verticale (e_v) e quella orizzontale (e_h) devono rispettare le seguenti limitazioni:

$$e_v \geq e_{v,min} = \max(2\phi; d_g) = \max(2 \cdot 15; 25) = 30 \text{ mm},$$

$$e_h \geq e_{h,min} = \max(2\phi; 20 \text{ mm}; d_g + 5 \text{ mm}) = \max(2 \cdot 15; 20; 25 + 5) = 30 \text{ mm}.$$

L'interasse verticale tra le armature indicato nella figura A6.2 è pari a 50 mm, pertanto la corrispondente distanza libera verticale è pari a $e_v = (50 - 15) = 35 \text{ mm} > e_{v,min} = 30 \text{ mm}$.

Il prospetto A6.1 riporta per la stessa sezione trasversale dell'esempio 6.2 i valori minimi delle distanze libere tra i trefoli per due diversi valori del diametro dei trefoli in funzione del diametro massimo degli inerti.

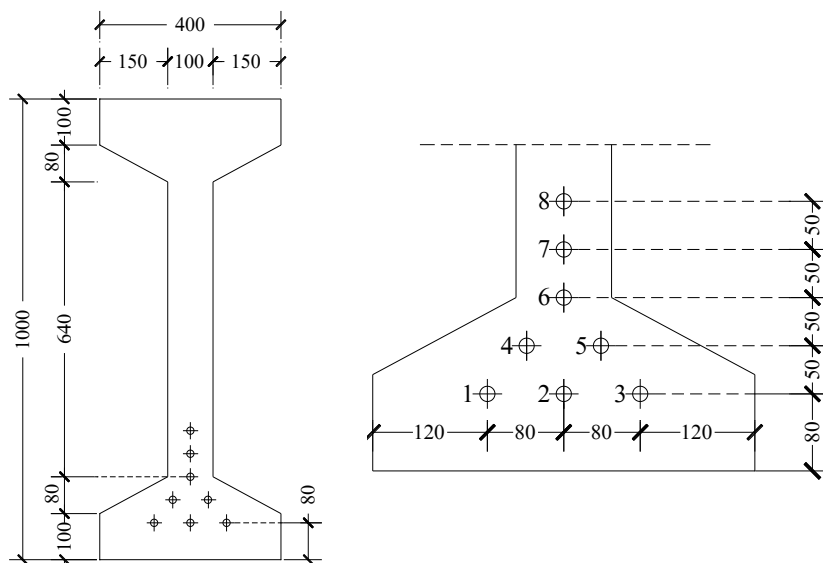


Figura A6.2 Sezione di trave con armature pre-tese con indicazione degli interassi tra i trefoli.

Prospetto A6.1 Distanze libere minime tra i trefoli

Diametro trefolo ϕ (mm)	Diametro massimo inerti (d_g)	e_h	e_v
13	$d_g \leq 21$ mm	26 mm	26 mm
	$21 \text{ mm} < d_g \leq 26$ mm	$d_g + 5$ mm	26 mm
	$d_g > 26$ mm	$d_g + 5$ mm	d_g
15	$d_g \leq 25$ mm	30 mm	30 mm
	$25 \text{ mm} < d_g \leq 30$ mm	$d_g + 5$ mm	30 mm
	$d_g > 30$ mm	$d_g + 5$ mm	d_g

6.3 Esempio 6.3. Distanze libere minime tra armature post-tese.

Verificare il rispetto delle distanze minime tra le guaine della trave ad armature post-tese mostrata nella figura A6.3. Le armature da precompressione sono formate da 6 cavi 12T13; la guaina di ciascun cavo ha un diametro interno di 75 mm e un diametro esterno di 80 mm ed il diametro massimo degli inerti è pari a 30 mm.

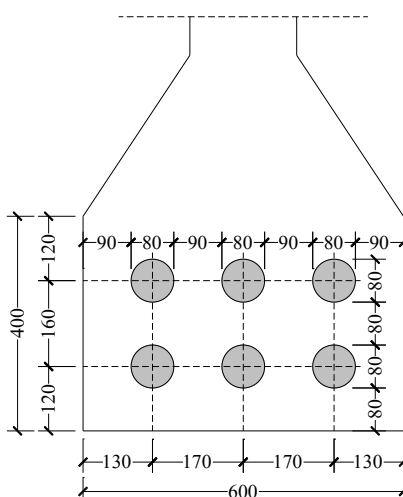


Figura A6.3 Disposizione di cavi con guaina di 80 mm di diametro esterno; il diametro massimo degli inerti è pari a 30 mm.

La distanza libera verticale (e_v) e quella orizzontale (e_h) devono rispettare le seguenti limitazioni:

$$e_v \geq \max(\phi; 40 \text{ mm}; d_g) = \max(80; 40; 30) = 80 \text{ mm},$$

$$e_h \geq \max(\phi; 50 \text{ mm}; d_g + 5 \text{ mm}) = \max(80; 50; 30 + 5) = 80 \text{ mm},$$

che, come mostrato nella figura, sono entrambe soddisfatte.

6.4 Esempio 6.4. Perdite per deformazione elastica del calcestruzzo in una trave post-tesa.

Calcolare la perdita per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo nella trave a cavi post-tesi mostrata nella figura A6.4, nell'ipotesi che la tesatura dei cavi sia effettuata in successione a 14 giorni dal getto. Il cavo risultante ha andamento parabolico nei due tratti laterali ed andamento rettilineo nel tratto centrale ed è ancorato nei baricentri delle sezioni di estremità.

Caratteristiche geometriche della sezione netta (depurata dell'area delle guaine):

$$h = 1800 \text{ mm}$$

$$A_c = 907.641 \text{ mm}^2$$

$$I_c = 3.5727\text{E}+11 \text{ mm}^4$$

$$z_{cp} \cong 859 \text{ mm (eccentricità del cavo risultante rispetto al baricentro della sezione di solo calcestruzzo nel tratto centrale B-B')}$$

L'armatura di precompressione è formata da 6 cavi da 7 trefoli di 15,3 mm di diametro ($A_p = 7 \times 140 = 980 \text{ mm}^2$). L'area totale di acciaio da precompressione vale $A_{p,tot} = 5880 \text{ mm}^2$. Il diametro interno ed esterno della guaina di ogni cavo sono pari rispettivamente a 75 mm e 80 mm.

Materiali

Calcestruzzo: C35/45 confezionato con cemento di classe R:

$$f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 43 \text{ N/mm}^2 \text{ ([prospetto 3.1])}$$

resistenza media a compressione del calcestruzzo a 14 giorni dal getto:

$$f_{ck}(t=14) = 31,58 \text{ N/mm}^2 \text{ (dal prospetto 6.8 del volume)}$$

$$f_{cm}(t=14) = f_{ck}(t=14) + 8 = 39,58 \text{ N/mm}^2$$

modulo di elasticità medio del calcestruzzo a 28 giorni ([prospetto 3.1]):^{2,3}

$$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 22 \cdot \left(\frac{43}{10} \right)^{0,3} \cong 34 \text{ GPa} = 34000 \text{ N/mm}^2$$

modulo di elasticità medio del calcestruzzo a 14 giorni [(3.5)]:

² Il modulo di elasticità di un calcestruzzo è funzione dei moduli di elasticità dei suoi componenti; i valori di E_{cm} forniti nel [Prospetto 3.1] sono validi per inerti di quarzite, mentre essi risultano inferiori del 10 % per inerti calcarei, del 30 % per inerti di arenaria e sono superiori del 20 % per inerti di basalto [p.to 3.1.3(2)]. In tutti gli esempi di questo capitolo è stato utilizzato il valore di E_{cm} fornito dal [Prospetto 3.1], nell'ipotesi di calcestruzzo confezionato con inerti di quarzite. Si precisa inoltre che nelle NTC 2018 non viene fatta nessuna considerazione circa l'influenza del tipo di inerti sul valore del modulo, ad eccezione della precisazione (§ 11.2.10.3) che il modulo dovrà essere ridotto del 20% in caso di utilizzo di aggregati grossi di riciclo nei limiti previsti dalla Tab. 11.2.III delle NTC 2018.

³ Le NTC 2018 (§ 11.2.10.3) precisano che la formula per il calcolo di E_{cm} non è applicabile ai calcestruzzi maturati a vapore. Essa non è da considerarsi vincolante nell'interpretazione dei controlli sperimentali delle strutture.

$$E_{cm}(t=14) = \left[\frac{f_{cm}(t=14)}{f_{cm}} \right]^{0.3} \cdot E_{cm} = \left(\frac{39,58}{43} \right)^{0.3} \cdot 34000 = 33165 \text{ N/mm}^2$$

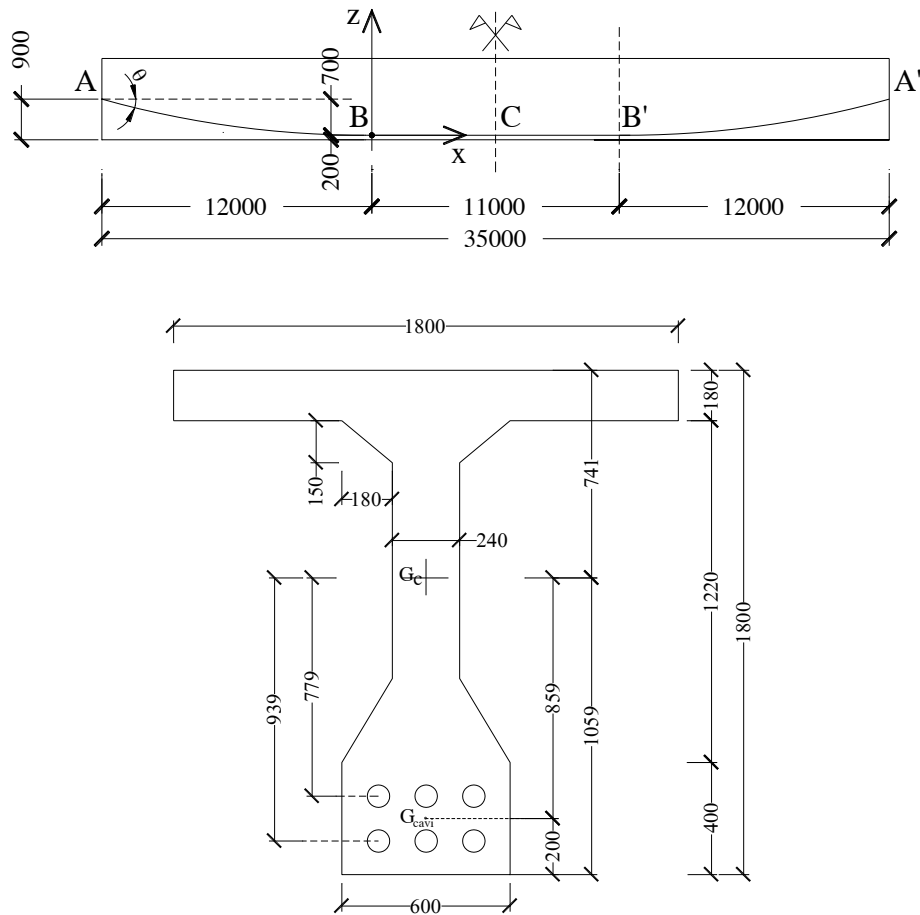


Figura A6.4 Sezione longitudinale e trasversale di trave con armature post-tese (quote in mm).

Acciaio per armature da precompressione:

$$E_p = 195000 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{pk} = 1860 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{p0,1k} = 1600 \text{ N/mm}^2$$

Massimo valore della forza iniziale applicata ai trefoli con il martinetto:

$$\sigma_{p,\max} \leq \min(0,75 f_{pk}; 0,85 f_{p0,1k}) = 1360 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{\max} = 5880 \cdot 1360 = 7.996.800 \text{ N} \approx 7.997 \text{ kN}.$$

Si assumono trascurabili le variazioni dello sforzo di precompressione indotte dal peso proprio durante le operazioni di tesatura dei cavi prima che le guaine siano iniettate.

Applicando il risultato riportato al § 6.9.1.1 del volume per i casi di cavo rettilineo con eccentricità costante e di cavo parabolico, la tensione media di precompressione nel calcestruzzo a livello del baricentro dei cavi vale:

$$\Delta\bar{\sigma}_c = \frac{P}{A_c} + \frac{P}{I_c} e^2$$

nel tratto centrale di 11,00 m ad andamento rettilineo (caso 1, fig. 6.12),

$$\Delta\bar{\sigma}_c = \frac{P}{A_c} + \frac{8}{15} \frac{P}{I_c} e^2$$

nei due tratti laterali ad andamento parabolico, lunghi ciascuno 12 m (caso 2, fig. 6.14); il valore medio lungo tutta la trave assume il seguente valore:

$$\Delta\bar{\sigma}_c = \frac{P}{A_c} + \frac{\left(\frac{8}{15} \frac{P}{I_c} e^2\right) \cdot 24 + \left(\frac{P}{I_c} e^2\right) \cdot 11}{35} = \frac{P}{A_c} + \frac{17}{25} \frac{P}{I_c} e^2 = 20,04 \text{ N/mm}^2$$

e la corrispondente perdita totale di precompressione per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo, dovuta alla tesatura non contemporanea dei cavi di precompressione, è pari a:

$$\Delta P_{el} = A_p E_p \frac{n-1}{2} \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} = 980 \cdot 195.000 \cdot \frac{6-1}{2} \frac{20,04}{33.165} = 288.681 \text{ N} \cong 289 \text{ kN}$$

che corrisponde al 3,6 % della forza P_{\max} di precompressione al tiro dei cavi.

6.5 Esempio 6.5. Perdite per attrito in un cavo simmetrico.

Calcolare le perdite per attrito nel cavo simmetrico formato da 6 trefoli da 15,3 mm ($A_p = 6 \times 140 = 840 \text{ mm}^2$) mostrato nella figura A6.5. Si consideri sia il caso in cui le operazioni di messa in tensione avvengano da entrambe le estremità (A e A'), sia quello in cui la tesatura avvenga solo dall'estremità A.

Si assumono i seguenti valori per le grandezze in gioco:

$P_{\max} = 1.000 \text{ kN}$	forza di pretensione iniziale alle estremità attive A e A' applicata con il martinetto; tensione iniziale $\sigma_{pi} = 1.000.000 / 840 = 1.190 \text{ N/mm}^2$
$\mu = 0,19 \text{ rad}^{-1}$	coefficiente di attrito tra cavo e guaina per i trefoli di cavi interni (prospetto 6.11 del volume)
$k = 0,01 \text{ rad/m}$	deviazione angolare intenzionale accidentale di cavi interni per unità di lunghezza; il valore di k , in assenza di dati provenienti da un Benestare Tecnico Europeo, è compreso nell'intervallo $0,005 \div 0,01$, [p.to 5.10.5.2(3)]
$\theta = 0,45 \text{ rad}$	deviazione angolare tra la sezione B (B') e la sezione C (C')

Data la piccola inclinazione del cavo nei tratti BC e C'B', nella formula [(5.45)] si utilizzano le distanze misurate sull'orizzontale al posto di quelle misurate lungo il cavo. Questa approssimazione è adottata nel calcolo delle perdite per attrito anche negli altri esempi riportati in questo capitolo.

Applicando la formula [(5.45)] si ottengono i valori riportati nel prospetto A6.2. Se invece le operazioni di messa in tensione avvengono solo dall'estremità attiva A, la pretensione nelle varie sezioni assume i valori del prospetto A6.3.

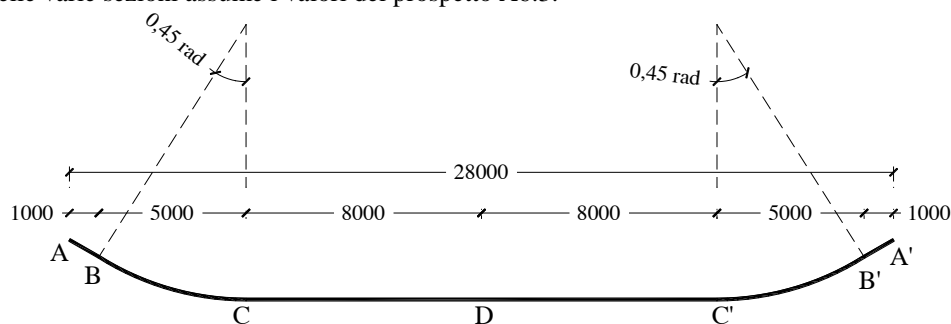


Figura A6.5 Cavo di precompressione simmetrico (quote in mm).

Prospetto A6.2 Perdite per attrito per messa in tensione da entrambe le estremità (cavo simm.).

Sezione	Ascissa x (m)	θ (rad)	Perdita di pretensione (kN) ¹ $\Delta P_{\mu}(x) = P_{\max} (1 - e^{-\mu(\theta+kx)}) \cong$ $\cong P_{\max} \mu(\theta + kx)$	Forza di pretensione (kN) ¹ $P(x) = P_{\max} e^{-\mu(\theta+kx)}$	Perdita percentuale (%) ¹
A	0	0	0	1000	0
B	1	0	$\Delta P_{\mu}(x_B) = 2$ (2)	998 (998)	0,2 (0,2)
C	6	0,45	$\Delta P_{\mu}(x_C) = 92$ (97)	908 (903)	9,2 (9,7)
D	14	0,45	$\Delta P_{\mu}(x_D) = 106$ (112)	894 (888)	10,6 (11,2)

⁽¹⁾ I valori tra parentesi tonde sono quelli ricavati utilizzando la formula semplificata, che deriva dall'approssimare la funzione esponenziale con il suo sviluppo in serie arrestato al primo ordine.

Prospetto A6.3 Perdite per attrito per messa in tensione da una sola estremità (cavo simm.).

Sezione	Ascissa x (m)	θ (rad)	Perdita di pretensione (kN) ¹ $\Delta P_{\mu}(x) = P_{\max} (1 - e^{-\mu(\theta+kx)}) \cong \cong P_{\max} \mu(\theta + kx)$	Forza di pretensione (kN) ¹ $P(x) = P_{\max} e^{-\mu(\theta+kx)}$	Perdita percentuale (%) ¹
A	0	0	0	1000	0
B	1	0,45	$\Delta P_{\mu}(x_B) = 2$ (2)	998 (998)	0,2 (0,2)
C	6	0,45	$\Delta P_{\mu}(x_C) = 92$ (97)	908 (903)	9,2 (9,7)
D	14	0,45	$\Delta P_{\mu}(x_D) = 106$ (112)	894 (888)	10,6 (11,2)
C'	22	0,45	$\Delta P_{\mu}(x_{C'}) = 120$ (127)	880 (873)	12,0 (12,7)
B'	27	0,90	$\Delta P_{\mu}(x_{B'}) = 199$ (222)	801 (778)	19,9 (22,2)
A'	28	0,90	$\Delta P_{\mu}(x_{A'}) = 201$ (224)	799 (776)	20,1 (22,4)

⁽¹⁾ I valori tra parentesi tonde sono quelli ricavati utilizzando la formula semplificata, che deriva dall'approssimare la funzione esponenziale con il suo sviluppo in serie di Taylor arrestato al primo ordine.

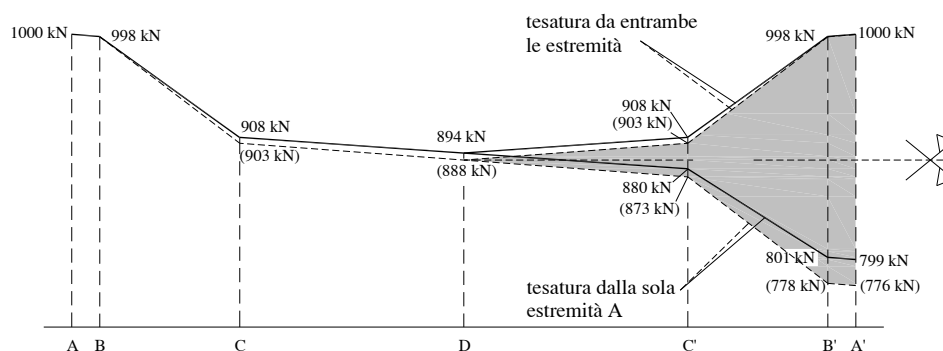


Figura A6.6 Perdite per attrito per messa in tensione da entrambe le estremità o dalla sola estremità sinistra; sono rappresentate sia le curve che si ottengono con l'espressione esponenziale (linee continue) sia quelle ottenute con l'espressione lineare approssimata (linee tratteggiate e valori racchiusi tra parentesi tonde).

6.6 Esempio 6.6. Posizione del punto fisso in un cavo non simmetrico.

Calcolare la posizione del punto fisso⁴ nel cavo non simmetrico mostrato nella figura A6.7, nell'ipotesi che le operazioni di messa in tensione avvengano da entrambe le estremità (A e A').

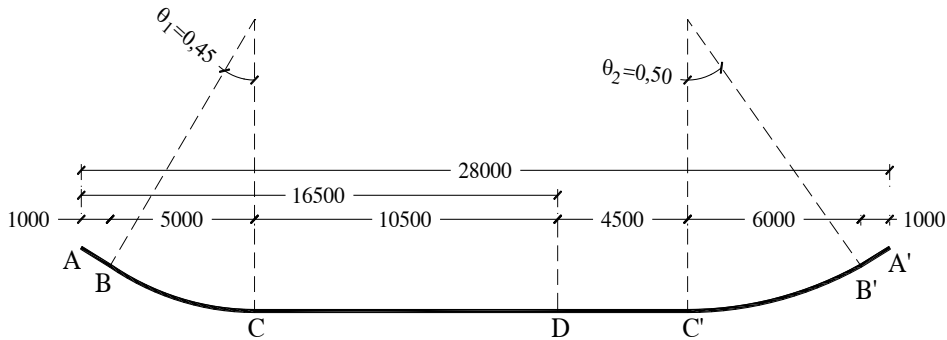


Figura A6.7 Cavo non simmetrico (quote in mm).

Nel caso di cavo non simmetrico il punto fisso D lungo il cavo non coincide con il punto di mezzo del cavo. La sua ascissa può essere determinata imponendo che la forza di pretesione in D calcolata a partire dall'estremità sinistra A (da sinistra verso destra) sia uguale a quella calcolata a partire dall'estremità destra A' (da destra verso sinistra):

$$P_{\mu}(x_D) = P_{\max} \cdot [1 - e^{-\mu(\theta_1 + k \cdot x_D)}] = P_{\max} \cdot [1 - e^{-\mu(\theta_2 + k \cdot (L - x_D))}]$$

$$\theta_1 + k \cdot x_D = \theta_2 + k \cdot (L - x_D) \quad \Rightarrow \quad x_D = \frac{\theta_2 - \theta_1 + kL}{2k}$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$x_D = \frac{0,50 - 0,45 + 0,01 \cdot 28,00}{2 \cdot 0,01} = 16,5 \text{ m}$$

In generale la perdita per attrito, nella sua forma approssimata lineare, può essere facilmente suddivisa nei due contributi dovuti all'attrito in curva (deviazione angolare) ed all'attrito in rettilineo (variazione angolare accidentale):

⁴ Il punto fisso di un cavo tesato da entrambe le estremità è il punto che non subisce spostamenti lungo l'asse del cavo a seguito delle operazioni di tesatura: tutti i punti posti alla sinistra del punto fisso risultano spostati verso sinistra e viceversa quelli posti alla sua destra risultano spostati verso destra; il punto fisso è anche il punto nel quale lo sforzo di precompressione attinge il valore minimo. Nei cavi simmetrici tesati da entrambe le estremità il punto fisso coincide con il punto di mezzo del cavo.

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{\max} \mu(\theta + kx) = (P_{\max} \mu \theta) + (P_{\max} \mu k x) = \Delta P_{\mu, \text{ang}}(\theta) + \Delta P_{\mu, \text{rett}}(x)$$

cosicché si ha:

$$\frac{\Delta P_{\mu, \text{ang}}(\theta)}{P_{\max}} = \mu \theta \quad \text{e} \quad \frac{\Delta P_{\mu, \text{rett}}(x)}{P_{\max}} = \mu k x$$

Per $\mu = 0,19$ (trefoli) la perdita per attrito in rettilineo per unità di lunghezza ($x = 1$ m) varia da 0,095 % P_{\max} (per $k=0,005$ rad/m) a 0,19 % P_{\max} (per $k=0,01$ rad/m).

L'espressione di $\Delta P_{\mu, \text{ang}}(\theta)/P_{\max} \cong \mu \theta$ è tabellata per comodità al variare di θ per $\mu = 0,19$ (trefoli) nel prospetto A6.4.

Prospetto A6.4 Perdite per attrito (in percentuale) in curva al variare di θ per $\mu = 0,19$ (rad⁻¹) (trefoli di cavi interni).

θ (rad)	0,025	0,05	0,075	0,1 (5,73°)	0,125
$\Delta P_{\mu, \text{ang}}(\theta)/P_{\max} \cong \mu \theta$	0,475%	0,950%	1,425%	1,900%	2,375%
θ (rad)	0,15	0,175	0,2 (11,46°)	0,225	0,25
$\Delta P_{\mu, \text{ang}}(\theta)/P_{\max} \cong \mu \theta$	2,850%	3,325%	3,800%	4,275%	4,750%
θ (rad)	0,275	0,3 (17,19°)	0,325	0,35	0,375
$\Delta P_{\mu, \text{ang}}(\theta)/P_{\max} \cong \mu \theta$	5,225%	5,700%	6,175%	6,650%	7,125%
θ (rad)	0,4 (22,92°)	0,425	0,45	0,475	0,5 (28,65°)
$\Delta P_{\mu, \text{ang}}(\theta)/P_{\max} \cong \mu \theta$	7,600%	8,075%	8,550%	9,025%	9,500%

6.7 Esempio 6.7. Calcolo della perdita per attrito mediante il prospetto A6.4

Calcolare la perdita per attrito nella sezione di mezzeria D dell'esempio 6.5 (cavo simmetrico) utilizzando il prospetto A6.4.

Dall'esempio 6.5 si ricava che la deviazione angolare tra l'estremità attiva A e la sezione di mezzeria D vale 0,45 rad, la distanza x tra A e D è pari a 14 m e lo sforzo all'estremità attiva è $P_{\max} = 1000$ kN.

Dal prospetto A6.4 si ricava che la perdita per attrito in curva, per $\theta = 0,45$ rad e $\mu = 0,19$ vale 0,0855 P_{\max} , mentre la perdita in rettilineo è pari a:

$$\frac{\Delta P_{\mu, \text{rett}}(x)}{P_{\max}} = \mu k x = 0,19 \cdot 0,01 \cdot 14 = 0,0266 = 2,66\%$$

La perdita totale per attrito nella sezione D vale: $\Delta P_{\mu} = (0,0855 + 0,0266) P_{\max} = 0,1121 P_{\max} = 112,1$ kN, valore già calcolato nell'esempio 6.5 (vedi il valore di $\Delta P_{\mu}(x_D)$ tra parentesi tonde nell'ultima riga della quarta colonna del prospetto A6.2).

6.8 Esempio 6.8. Perdita per rientro dei dispositivi di ancoraggio.

Calcolare la perdita prodotta nel cavo dell'esempio 6.5 (6 trefoli da 15,3 mm; $A_p = 840 \text{ mm}^2$) dal rientro dell'ancoraggio di 3 mm.

Il modulo di elasticità dei trefoli è pari a 195000 N/mm^2 [p.to 3.3.6(3)], risulta pertanto:

$$w \cdot A_p \cdot E_p = 3 \cdot 840 \cdot 195000 = 4,914 \cdot 10^8 \text{ Nmm} = 491,4 \text{ kNm}$$

Nel prospetto A6.5 si riportano le distanze e le differenze di sforzo di pretensione tra due sezioni consecutive, scontate le perdite per attrito.

Nelle figure seguenti è mostrato l'andamento dello sforzo di pretensione, scontate le perdite per attrito e per rientro degli ancoraggi, nell'ipotesi che la sezione X oltre la quale non si risente più l'effetto del rientro degli ancoraggi coincida con la sezione B (fig. A6.8), con la sezione C (fig. A6.9) oppure con la sezione D (fig. A6.10).

Prospetto A6.5 Valori di ΔP .

	A-B	B-C	C-D
Distanza (m)	1	5	8
ΔP (kN)	2	90	14

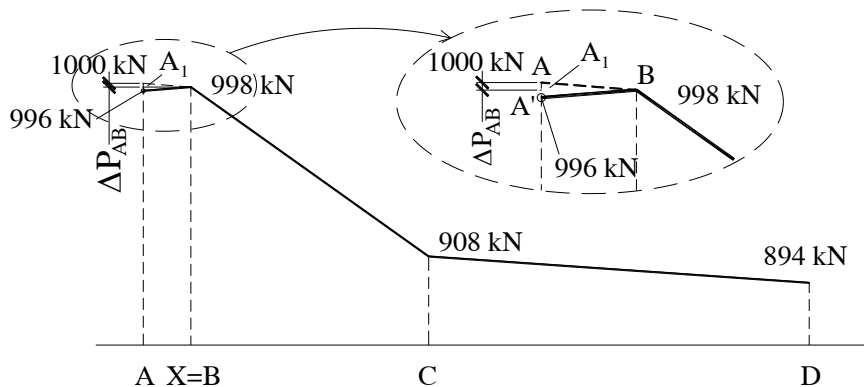


Figura A6.8 Andamento dello sforzo di pretensione nell'ipotesi che la sezione X coincida con la sezione B (la linea tratteggiata rappresenta l'andamento di $P(x)$ nel tratto AB in assenza di rientro degli ancoraggi).

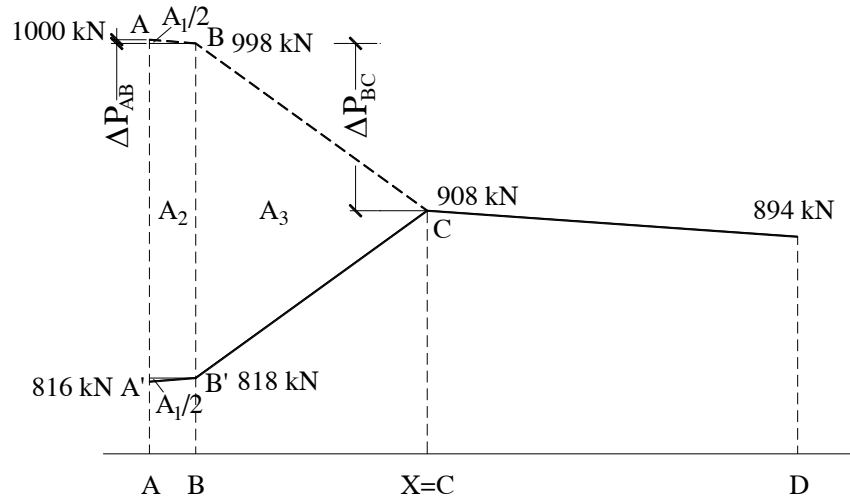


Figura A6.9 Andamento dello sforzo di pretensione nell'ipotesi che la sezione X coincida con la sezione C (le linee tratteggiate rappresentano l'andamento di $P(x)$ in assenza di rientro degli ancoraggi).

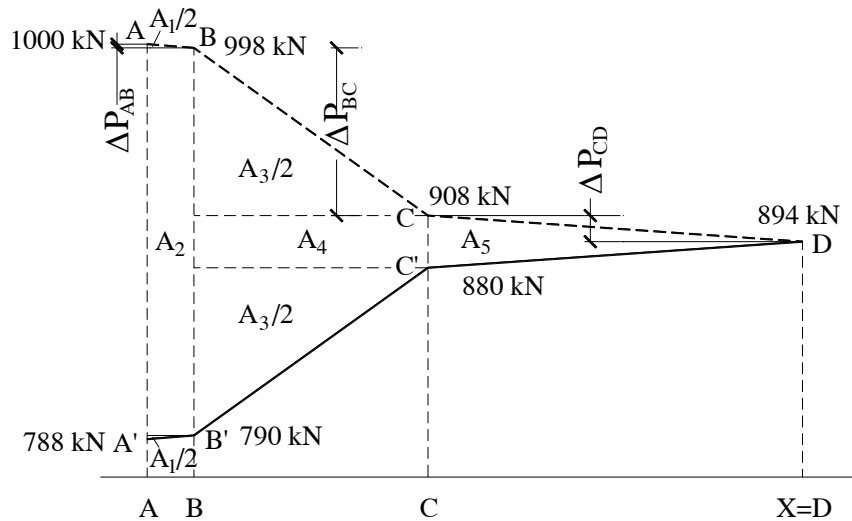


Figura A6.10 Andamento dello sforzo di pretensione nell'ipotesi che la sezione X coincida con la sezione D (le linee tratteggiate rappresentano l'andamento di $P(x)$ in assenza di rientro degli ancoraggi).

Aree parziali (fig. A6.8, fig. A6.9, fig. A6.10):

$$(1): A_1 = 2 \cdot \frac{AB \cdot \Delta P_{AB}}{2} = 1 \cdot 2 = 2 \text{ kNm}$$

$$(2): A_2 = AB \cdot (2 \cdot \Delta P_{BC}) = 1 \cdot (2 \cdot 90) = 180 \text{ kNm}$$

$$(3): A_3 = 2 \cdot \frac{BC \cdot \Delta P_{BC}}{2} = 5 \cdot 90 = 450 \text{ kNm}$$

$$(4): A_4 = BC \cdot (2 \cdot \Delta P_{CD}) = 5 \cdot (2 \cdot 14) = 140 \text{ kNm}$$

$$(5): A_5 = 2 \cdot \frac{CD \cdot \Delta P_{CD}}{2} = 8 \cdot 14 = 112 \text{ kNm}$$

Area ABA' (fig. A6.8):

$$A_{ABA'} = A_1 = 2 \text{ kNm}$$

Area ABCB'A' (fig. A6.9):

$$A_{ABCB'A'} = A_1 + A_2 + A_3 = 2 + 180 + 450 = 632 \text{ kNm}$$

Area ABCDC'B'A' (fig. A6.10):

$$A_{ABCDC'B'A'} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 2 + 180 + 450 + 140 + 112 = 884 \text{ kNm}$$

Il valore di $w \cdot A_p \cdot E_p = 491,4 \text{ kNm}$ è compreso tra quelli delle aree ABA' e ABCB'A', pertanto la sezione X si colloca tra B e C.

Per la similitudine dei triangoli XFC e BGC (fig. A6.11), si può scrivere:

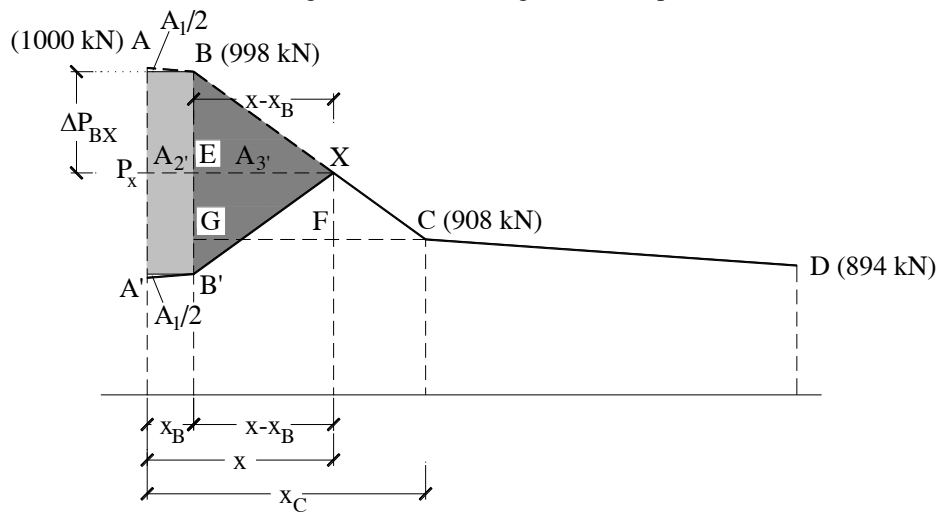


Figura A6.11 Aree relative all'effettiva posizione della sezione X.

$$\frac{XF}{BG} = \frac{FC}{GC} \Rightarrow \frac{P_X - P_C}{P_B - P_C} = \frac{x_C - x}{x_C - x_B} \Rightarrow \frac{P_X - 908}{90} = \frac{6 - x}{5} \Rightarrow$$

$$P_X = 90 \cdot \frac{6 - x}{5} + 908 = 108 - 18x + 908 = 1016 - 18x \text{ (kN)}$$

le aree A_2' e A_3' sono pari a:

$$A_{2'} = x_B \cdot 2 \cdot \Delta P_{BX} = 1 \cdot 2 \cdot (998 - P_X) = 1 \cdot 2 \cdot (998 - 1016 + 18x) = \\ = 2 \cdot (18x - 18) = 36 \cdot (x-1) \text{ [kNm]}$$

$$A_{3'} = (x - x_B) \cdot \frac{(2 \cdot \Delta P_{BX})}{2} = (x-1) \cdot (998 - P_X) = (x-1) \cdot (998 - 1016 + 18x) = \\ = (x-1) \cdot (18x - 18) = 18(x^2 - 2x + 1) \text{ [kNm]}$$

e l'area ABXB'A' vale:

$$A = A_1 + A_{2'} + A_{3'} = 2 + 36 \cdot (x-1) + 18(x^2 - 2x + 1) = 18x^2 - 16 \text{ [kNm]}$$

il valore di x si ottiene imponendo che l'area ABXB'A' sia pari a $w \cdot A_p \cdot E_p = 491,4 \text{ kNm}$:

$$18x^2 - 16 = 491,4 \Rightarrow x = 5,31 \text{ m}$$

pertanto si ha (fig. A6.12):

$$P_X = 1016 - 18 \cdot 5,31 \cong 920,4 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{BX} = 998 - 920,4 = 77,6 \text{ kN}$$

$$P_{A'} = P_A - 2 \cdot (\Delta P_{AB} + \Delta P_{BX}) = 1000 - 2 \cdot (2 + 77,6) = 840,8 \text{ kN}$$

$$P_{B'} = P_{A'} + \Delta P_{AB} = 840,8 + 2 = 842,8 \text{ kN}$$

(1000 kN) A 1 B (998 kN)

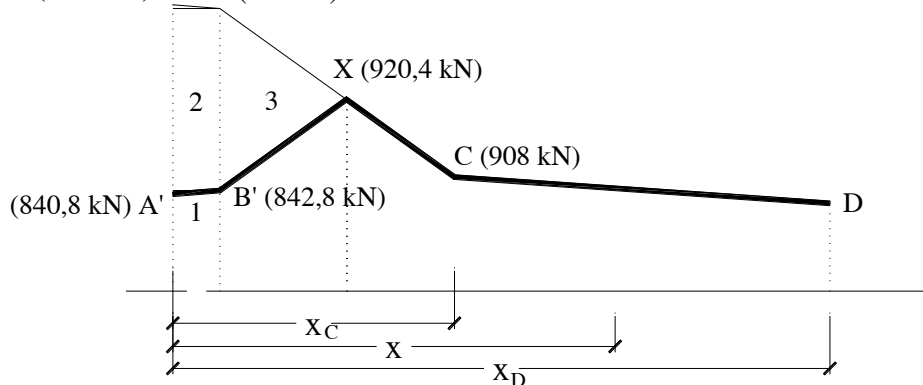


Figura A6.12 Andamento dello sforzo di precompressione scontate le perdite per attrito e per rientro dei dispositivi di ancoraggio.

6.9 Esempio 6.9. Calcolo della deformazione da ritiro autogeno.

Calcolare la deformazione da ritiro autogeno per un calcestruzzo di classe C32/40 a 28 giorni, ad un anno e a due anni dal getto.

Essendo:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 2,5 \cdot (32 - 10) \cdot 10^{-6} = 5,5 \cdot 10^{-5}$$

e

$$\beta_{as}(28) = 1 - e^{-0,2 \cdot 28^{0,5}} = 0,653$$

$$\beta_{as}(365) = 1 - e^{-0,2 \cdot 365^{0,5}} = 0,978$$

$$\beta_{as}(730) = 1 - e^{-0,2 \cdot 730^{0,5}} = 0,9955$$

si ha:

$$\varepsilon_{ca}(28) = \beta_{as}(28) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) = 0,653 \cdot 5,5 \cdot 10^{-5} = 3,59 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{ca}(365) = \beta_{as}(365) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) = 0,978 \cdot 5,5 \cdot 10^{-5} = 5,38 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{ca}(730) = \beta_{as}(730) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) = 0,9955 \cdot 5,5 \cdot 10^{-5} = 5,48 \cdot 10^{-5}$$

L'esempio conferma quanto già asserito sopra: il ritiro autogeno raggiunge rapidamente il suo valore limite; ad un anno dal getto è già pari a circa il 98 % del suo valore a tempo infinito e a due anni è quasi uguale a $\varepsilon_{ca}(\infty)$.

6.10 Esempio 6.10. Calcolo del ritiro per essiccamento e del ritiro autogeno.

Determinare l'andamento temporale della deformazione da ritiro per essiccamento e della deformazione da ritiro autogeno per un calcestruzzo di classe C35/45 confezionato con cemento di classe N. Si consideri una sezione rettangolare di 200×600 mm, con i lati verticali esposti per un'altezza di 360 mm, oltre alla base (fig. A6.13a), ed un'umidità relativa del 60 %.

Calcolo della deformazione da ritiro per essiccamento

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

dal prospetto 6.15 del volume, per calcestruzzo di classe C35/45 ($f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$), cemento di classe N e $RH = 60 \%$, si ricava:

$$\varepsilon_{cd,0} = 40,7 \cdot 10^{-5}$$

per una sezione rettangolare di 200 x 600 mm, con i lati esposti di 360 mm di altezza, oltre alla base, si ha:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 200 \cdot 600}{360 + 200 + 360} = 261 \text{ mm}$$

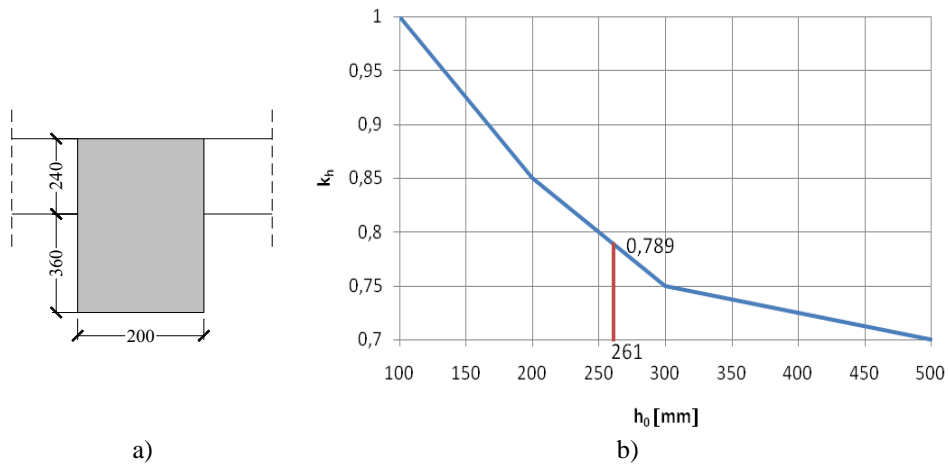


Figura A6.13 a) Sezione rettangolare di 200 x 600 mm,
b) interpolazione lineare per il calcolo di k_h .

dal prospetto 6.12 del volume, si ricava $k_h = 0,85$ per $h_0 = 200$ mm e $k_h = 0,75$ per $h_0 = 300$ mm; interpolando linearmente, per $h_0 = 261$ mm si ottiene (fig. A6.13b):

$$k_h = 0,75 + (0,85 - 0,75) \cdot \frac{300 - 261}{300 - 200} = 0,789$$

Si assume $t_s = 3$ giorni (vedi nota 18 del volume) e si calcola $\beta_{ds}(t, t_s)$

$$\beta_{ds}(t, 3) = \frac{(t - 3)}{(t - 3) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}}$$

per $t = 30, 60, 120, 180, 365, 730$ giorni e a tempo infinito [$\varepsilon_{cd}(\infty) = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$]. Quindi moltiplicando i valori di $\beta_{ds}(t, t_s)$ per $\varepsilon_{cd,0} = 40,7 \cdot 10^{-5}$ si ottengono i valori di ε_{cd} riportati nel prospetto A6.6.

Prospetto A6.6 Valori di β_{ds} (per $t_s = 3$ e $h_0 = 261$ mm) e di ε_{cd} (per $k_h = 0,789$).

Tempo (giorni)	30	60	120	180	365 (un anno)	730 (due anni)	∞
$\beta_{ds}(t)$	0,138	0,253	0,410	0,512	0,682	0,812	1,000
$\varepsilon_{cd}(t)$	$4,43 \times 10^{-5}$	$8,11 \times 10^{-5}$	$13,15 \times 10^{-5}$	$16,44 \times 10^{-5}$	$21,91 \times 10^{-5}$	$26,06 \times 10^{-5}$	$32,11 \times 10^{-5}$

Calcolo della deformazione da ritiro autogeno

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0,2t^{0,5}} \text{ con } t \text{ espresso in giorni}$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 2,5 \cdot (35 - 10) \cdot 10^{-6} = 6,25 \cdot 10^{-5}$$

per $t = 30, 60, 120, 180, 365, 730$ giorni e a tempo infinito, si ottengono i valori di $\beta_{as}(t)$ ed $\varepsilon_{ca}(t)$ riportati nel prospetto A6.7.

Prospetto A6.7 Valori di β_{as} ed ε_{ca} .

Tempo (giorni)	30	60	120	180	365 (un anno)	730 (due anni)	∞
β_{as}	0,666	0,788	0,888	0,932	0,978	0,996	1
ε_{ca}	$4,16 \times 10^{-5}$	$4,92 \times 10^{-5}$	$5,55 \times 10^{-5}$	$5,82 \times 10^{-5}$	$6,11 \times 10^{-5}$	$6,22 \times 10^{-5}$	$6,25 \times 10^{-5}$

Calcolo della deformazione totale da ritiro

Sommando i valori di ε_{cd} ed ε_{ca} del prospetto A6.6 e del prospetto A6.7, si ottengono i valori delle deformazioni totali da ritiro riportati nel prospetto A6.8. Nello stesso prospetto sono inoltre riportati i valori del rapporto tra la deformazione ε_{ca} da ritiro autogeno e la deformazione totale da ritiro ε_{cs} .

Prospetto A6.8 Valori di ε_{cs} e del rapporto ($\varepsilon_{ca} / \varepsilon_{cs}$).

Tempo (giorni)	30	60	120	180	365 (un anno)	730 (due anni)	∞
$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$	$8,59 \times 10^{-5}$	$13,03 \times 10^{-5}$	$18,70 \times 10^{-5}$	$22,26 \times 10^{-5}$	$28,02 \times 10^{-5}$	$32,28 \times 10^{-5}$	$38,36 \times 10^{-5}$
$(\varepsilon_{ca} / \varepsilon_{cs})$	48,4 %	37,8 %	29,7 %	26,2 %	21,8 %	19,3 %	16,3 %

Si osserva chiaramente come la deformazione da ritiro autogeno dia un contributo significativo alla deformazione da ritiro totale solo a tempi brevi: a 30 giorni $\varepsilon_{ca} \cong 48 \% \varepsilon_{cs}$, mentre a due anni $\varepsilon_{ca} \cong 19 \% \varepsilon_{cs}$.

6.11 Esempio 6.11. Perdita per ritiro del calcestruzzo a tempo infinito in una trave con armatura pre-tesa.

Determinare la perdita per ritiro in una trave con armatura pre-tesa maturata a vapore, di cui si riporta la sezione nella figura A6.14. L'area della sezione geometrica è pari a 184000 mm², il calcestruzzo è di classe C50/60 confezionato con cemento di classe R e l'umidità relativa è pari al 70 %. Si ipotizza che la sezione sia esposta su tutto il perimetro.

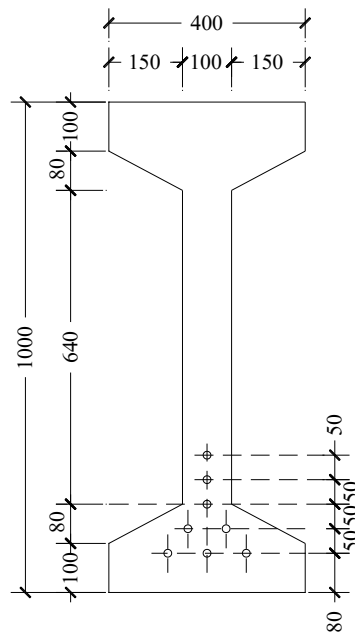


Figura A6.14 Sezione trave ad armature pre-tese.

Deformazione da ritiro autogeno

In un elemento prefabbricato maturato a vapore il ritiro autogeno si può ritenere trascurabile, come indicato al p.to [10.3.1.2(3)]

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 0$$

Deformazione da ritiro per essiccamento non contrastato

Dal prospetto 6.15 del volume per calcestruzzo di classe C50/60, cemento di classe R e RH = 70 % si ricava:

$$\varepsilon_{cd,0} = 40,2 \cdot 10^{-5}$$

Deformazione da ritiro per essiccamento $\varepsilon_{cd}(\infty)$ a tempo infinito:

$$\varepsilon_{cd}(\infty) = \beta_{ds}(\infty, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

dove $\beta_{ds}(\infty, t_s) = 1,0$

e k_h si ricava per interpolazione lineare dei valori del prospetto 6.12 del volume:
nell'ipotesi di sezione esposta su tutto il suo perimetro, si ha

$$h_0 = \frac{2A}{u} = \frac{2 \cdot 184.000}{3.160} = 116,5 \text{ mm}$$

$$k_h = 0,85 + \frac{1,00 - 0,85}{200 - 100} \cdot (200 - 116,5) \cong 0,98$$

risulta pertanto:

$$\varepsilon_{cd}(\infty) = \beta_{ds}(\infty, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = 1,0 \cdot 0,98 \cdot 40,2 \cdot 10^{-5} = 39,4 \cdot 10^{-5}$$

posto $t_s = t_0$, si ha $\beta_{ds}(t_0, t_s) = 0$ ed $\varepsilon_{cd}(t_0) = 0$, cosicché l'espressione della perdita da ritiro per essiccamento assume la forma semplificata

$$\Delta\sigma_{p,cd}(\infty) = E_p \varepsilon_{cd}(\infty)$$

Perdita da ritiro

$$\Delta\sigma_{rit} = \varepsilon_{cd}(\infty) \cdot E_p = 39,4 \cdot 10^{-5} \cdot 195.000 = 76,83 \text{ N/mm}^2 \cong 77 \text{ N/mm}^2$$

Uso dei valori tabellati nel prospetto 6.17 del volume

Si ripete ora il calcolo utilizzando il prospetto 6.17 del volume. Da questo si ricava immediatamente che per calcestruzzo di classe C50/60, cemento di classe R e $RH = 70 \%$ la perdita per ritiro da essiccamento a tempo infinito vale 78 N/mm^2 , per $k_h = 0,98$ si ha $\Delta\sigma_{rit} = 78 \cdot 0,98 = 76,44 \text{ N/mm}^2$.

6.12 Esempio 6.12. Perdita per ritiro del calcestruzzo a tempo infinito in una trave con armatura post-tesa.

Determinare la perdita per ritiro a tempo infinito in una trave con armatura post-tesa la cui sezione è mostrata nella figura A6.15. Il calcestruzzo è di classe C35/45 confezionato con cemento di classe R; l'umidità relativa è del 70 %. La stagionatura dura 3 giorni ($t_s = 3$ giorni) ed il trasferimento della precompressione al calcestruzzo avviene a 14 giorni dal getto. Si ipotizza che la sezione sia esposta su tutto il perimetro.

Caratteristiche geometriche

Area della sezione di calcestruzzo

$$A_c = 937800 \text{ mm}^2$$

Perimetro della sezione

$$u = 7465 \text{ mm}$$

Altezza convenzionale

$$h_0 = \frac{2A}{u} = \frac{2 \cdot 937.800}{7.465} \cong 251 \text{ mm}$$

nell'ipotesi che la sezione della trave sia esposta su tutto il suo perimetro.

Deformazione da ritiro per essiccamento non contrastato $\varepsilon_{cd,0}$

Dal prospetto 6.15 del volume per calcestruzzo di classe C35/45, cemento di classe R e $RH = 70\%$ si ricava

$$\varepsilon_{cd,0} = 47,5 \cdot 10^{-5}$$

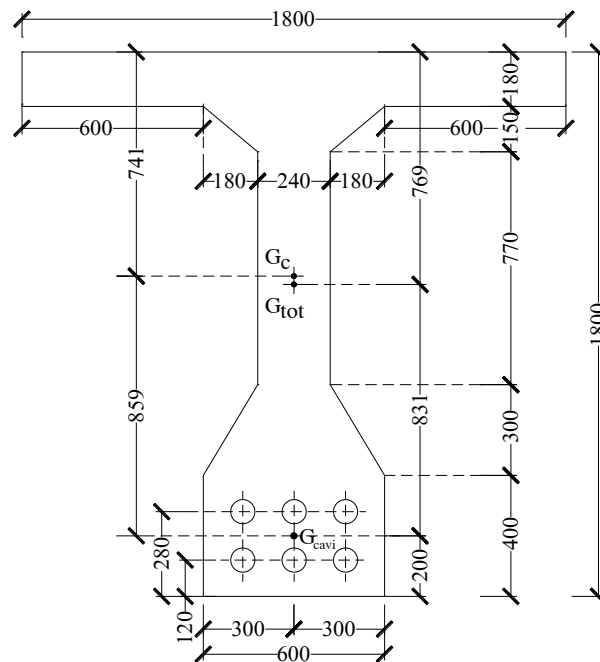


Figura A6.15 Sezione trave con armature post-tese.

Deformazione da ritiro per essiccamento $\varepsilon_{cd}(t_0)$ all'età t_0 di applicazione della pre-compressione:

$$\varepsilon_{cd}(t_0, t_s) = \beta_{ds}(t_0, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

dove

$$\beta_{ds}(t_0, t_s) = \frac{(t_0 - t_s)}{(t_0 - t_s) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}} = \frac{(14 - 3)}{(14 - 3) + 0,04 \cdot \sqrt{251^3}} = 0,065$$

Interpolando linearmente i valori di k_h del prospetto 6.12 del volume, per $h_0 = 251$ mm si ottiene

$$k_h = 0,8$$

e sostituendo nell'espressione di $\varepsilon_{cd}(t_0, t_s)$ si ha

$$\varepsilon_{cd}(t_0, t_s) = \varepsilon_{cd}(14, 3) = 0,065 \cdot 0,8 \cdot 47,5 \cdot 10^{-5} = 2,47 \cdot 10^{-5}$$

Deformazione da ritiro per essiccamento $\varepsilon_{cd}(\infty)$ a tempo infinito:

$$\varepsilon_{cd}(\infty) = \beta_{ds}(\infty, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

dove

$$\beta_{ds}(\infty, t_s) = 1 \text{ (indipendentemente dal valore di } t_s \text{)}$$

risulta pertanto:

$$\varepsilon_{cd}(\infty) = \beta_{ds}(\infty, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = 1,0 \cdot 0,8 \cdot 47,5 \cdot 10^{-5} = 38 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta \varepsilon_{cd} = \varepsilon_{cd}(\infty) - \varepsilon_{cd}(14) = (38 - 2,47) \cdot 10^{-5} = 35,53 \cdot 10^{-5}$$

Deformazione da ritiro autogeno

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty)$$

dove

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 6,25 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{ca}(14) = \beta_{as}(14) \varepsilon_{ca}(\infty)$$

$$\beta_{as}(14) = 1 - e^{-0,2 \cdot 14^{0,5}} = 0,527$$

risulta

$$\varepsilon_{ca}(14) = 0,527 \cdot 6,25 \cdot 10^{-5} = 3,29 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta \varepsilon_{ca} = \varepsilon_{ca}(\infty) - \varepsilon_{ca}(14) = (6,25 - 3,29) \cdot 10^{-5} = 2,96 \cdot 10^{-5}$$

Deformazione da ritiro totale

$$\varepsilon_{cs}(t_0=14) = \varepsilon_{cd}(t_0=14, t_s=3) + \varepsilon_{ca}(t_0=14) = 2,47 \cdot 10^{-5} + 3,29 \cdot 10^{-5} = 5,76 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{cs}(\infty) = \varepsilon_{cd}(\infty) + \varepsilon_{ca}(\infty) = 38 \cdot 10^{-5} + 6,25 \cdot 10^{-5} = 44,25 \cdot 10^{-5}$$

Perdita per ritiro da essiccamento

$$\Delta \sigma_{p,cd} = \Delta \varepsilon_{cd} \cdot E_p = 35,53 \cdot 10^{-5} \cdot 195.000 = 69,28 \text{ N/mm}^2$$

Perdita per ritiro autogeno

$$\Delta \sigma_{p,ca} = \Delta \varepsilon_{ca} \cdot E_p = 2,96 \cdot 10^{-5} \cdot 195.000 = 5,77 \text{ N/mm}^2$$

Perdita totale per ritiro

$$\Delta \sigma_p = 69,28 + 5,77 \cong 75 \text{ N/mm}^2$$

Uso dei prospetti 6.17 e 6.18

Si ripete ora il calcolo utilizzando i prospetti 6.17 e 6.18, che forniscono rispettivamente i valori delle perdite per ritiro da essiccamento e da ritiro autogeno.

Dal prospetto 6.17 del volume si ha che per calcestruzzo di classe C35/45, cemento di classe R e $RH = 70\%$ la perdita per ritiro da essiccamento a tempo infinito vale 93 N/mm^2 ; nel presente caso, essendo $k_h = 0,8$, si ha: $\Delta \sigma_{p,cd} = 93 \cdot 0,8 = 74,4 \text{ N/mm}^2$.

Questo valore risulta superiore rispetto a quello calcolato sopra ($69,28 \text{ N/mm}^2$), perché il prospetto 6.17 è stato costruito, come già precisato sopra, ipotizzando $t_s = t_0$.

Dal prospetto 6.18 del volume per calcestruzzo C35/45 e per un tempo di trasferimento della precompressione al calcestruzzo di 14 giorni, risulta una perdita da ritiro autogeno di

6 N/mm², di poco superiore a quella calcolata (5,77 N/mm²), perché i valori tabellati sono approssimati per eccesso.

La perdita totale per ritiro a tempo infinito calcolata per via tabellare, con l'approssimazione $t_s = t_0$, vale:

$$\Delta\sigma_p = 74,4 + 6 = 80,4 \text{ N/mm}^2, \text{ circa il 7 \% in più di quella calcolata sopra.}$$

Osservazione Il calcolo di $\Delta\sigma_{p,cd}$ eseguito per via tabellare può essere perfezionato sottraendo al valore tabellato (74,4 N/mm²) il termine $E_p \cdot \varepsilon_{cd}(t_0 = 14, t_s = 3)$; così facendo si ottiene:

$$\Delta\sigma_{p,cd} = 74,4 - E_p \cdot \varepsilon_{cd}(t_0=14, t_s=3) = 74,4 - 4,82 = 69,6 \text{ N/mm}^2 (\cong 69,28 \text{ N/mm}^2),$$

dove

$$\varepsilon_{cd}(t_0=14, t_s=3) = \beta_{ds}(t_0=14, t_s=3) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = 2,47 \cdot 10^{-5}$$

con $\beta_{ds}(t_0=14, t_s=3) = 0,065$; $k_h = 0,8$ ed $\varepsilon_{cd,0} = 47,5 \cdot 10^{-5}$.

6.13 Esempio 6.13. Perdita per rilassamento a 1000 ore.

Si calcoli la perdita per rilassamento di un trefolo di classe 2 a 1000 ore dalla messa in tensione ipotizzando una pretensione iniziale pari a 0,70 f_{pk} . Le caratteristiche meccaniche dell'acciaio sono le seguenti: $f_{pk} = 1860 \text{ N/mm}^2$, $f_{p0,1k} = 1600 \text{ N/mm}^2$.

Pretensione iniziale: $\sigma_{pi} = 0,70 \cdot 1860 = 1302 \text{ N/mm}^2$

La perdita per rilassamento è data dalla seguente espressione

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = k_1 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{k_2 \cdot \mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0,75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-5}$$

dal prospetto 6.19 del volume, per un trefolo a basso rilassamento (classe 2) si hanno i seguenti valori dei parametri

$$\rho_{1000} = 2,5 \%; \quad k_1 = 0,66; \quad k_2 = 9,1$$

che sostituiti nell'espressione precedente forniscono

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \cdot 2,5 \cdot e^{9,1 \cdot 0,7} \cdot 10^{-5} = 0,96 \%$$

per cui la perdita è pari a: $\Delta\sigma_{pr} = 0,0096 \cdot 1302 = 12,5 \text{ N/mm}^2$

Osservazione. Il valore della perdita percentuale per rilassamento così calcolato (0,96 %) non coincide con ρ_{1000} (= 2,5 %), ma è molto più piccolo. Questo risultato è solo apparentemente in contraddizione con la definizione stessa di ρ_{1000} , difatti la perdita per rilassamento a 1000 ore coincide con ρ_{1000} solo se la pretensione iniziale è pari al 70 % della resistenza reale dell'acciaio da precompressione [nota al p.to 3.3.2 (5)] e non pari al 70 % della resistenza caratteristica (vedi nota 19 del volume).

6.14 Esempio 6.14. Perdita per rilassamento a tempo infinito.

Si calcoli la perdita per rilassamento a tempo infinito ($t = 500.000$ ore) in un trefolo a rilassamento ordinario (classe 1), un trefolo a basso rilassamento (classe 2) e in una barra (classe 3) considerando una pretensione iniziale pari a $0,75 f_{pk}$ ⁵.

Per un trefolo di classe 1 dal prospetto 6.19 si ricavano i seguenti valori dei parametri da utilizzare per il calcolo della perdita per rilassamento:

$$\rho_{1000} = 8 \% ; k_1 = 5,39 ; k_2 = 6,7$$

inoltre

$$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk} = 0,75 ; t = 500000 \text{ ore } (t = \infty)$$

si ottiene

$$\Delta\sigma_{pr} / \sigma_{pi} \cong 0,2104 = 21,04 \%$$

Ripetendo il calcolo per un trefolo da 0,6" (15 mm) a rilassamento ordinario (classe 2), soggetto alla stessa pretensione iniziale, dal prospetto 6.19 si ottengono i valori:

$$\rho_{1000} = 2,5 \% ; k_1 = 0,66 ; k_2 = 9,1$$

inoltre risulta

$$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk} = 0,75$$

si ottiene

$$\Delta\sigma_{pr} / \sigma_{pi} \cong 0,0487 = 4,87 \%$$

Infine considerando una barra laminata e lavorata a caldo (classe 3), sempre dal prospetto 6.19 si ha:

$$\rho_{1000} = 4 \% ; k_1 = 1,98 ; k_2 = 8$$

inoltre risulta:

$$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk} = 0,75$$

e quindi si ottiene

$$\Delta\sigma_{pr} / \sigma_{pi} \cong 0,1025 = 10,25 \%$$

⁵ Per armature pre-tese il valore ipotizzato ($\sigma_{pi} = 0,75 f_{pk}$) è certamente inferiore alla tensione limite [$\sigma_{pi} \leq \min(0,8 f_{pk}; 0,9 f_{p0,1k})$]; per le armature post-tese la pretensione iniziale deve invece soddisfare la seguente limitazione: $\sigma_{pi} \leq \min(0,75 f_{pk}; 0,85 f_{p0,1k})$, pertanto il valore ipotizzato nell'esempio è accettabile se $0,75 f_{pk} < 0,85 f_{p0,1k}$. Al contrario per armature post-tese dove $0,85 f_{p0,1k} < 0,75 f_{pk}$ il valore della pretensione iniziale non deve superare $0,85 f_{p0,1k}$.

6.15 Esempio 6.15. Perdite per rilassamento in presenza di ciclo termico.

Calcolare la perdita per rilassamento al momento del rilascio di un trefolo di classe 2 di una trave ad armatura pre-tesa. Il trefolo è soggetto ad una pretensione iniziale pari a $0,8 f_{pk}$, rilasciato a 18 ore dalla messa in tensione, nell'ipotesi che la trave sia soggetta al seguente ciclo termico della durata complessiva di 18 ore (fig. A6.16):

- tratto a temperatura costante di 20 °C (temperatura ambiente) di 4 ore di durata;
- rampa ascendente fino alla temperatura di 60 °C di 4 ore di durata (gradiente termico di + 10 °C / ora);
- tratto costante a 60 °C di 6 ore di durata;
- rampa discendente fino a ritornare alla temperatura di 20 °C di 4 ore di durata (gradiente termico di – 10 °C / ora).

La figura A6.17a mostra l'andamento effettivo della temperatura e quello costante a tratti considerato nel calcolo del tempo equivalente.

Occorre tenere presente che, quando si sostituisce all'andamento effettivo della temperatura quello equivalente costante a tratti, il termine $[1,14^{(T_{\max}-20)} / (T_{\max} - 20)]$ va sempre calcolato facendo riferimento alla temperatura massima raggiunta nel ciclo effettivo; così per un ipotetico ciclo termico di forma triangolare occorre considerare T_{\max} e non T'_{\max} (fig. A6.17b).

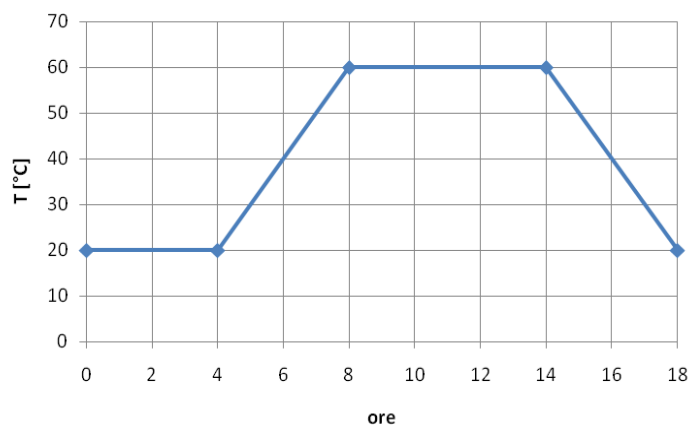


Figura A6.16 Ciclo termico.

Calcolo del tempo equivalente

La temperatura massima raggiunta nel ciclo termico è pari a 60 °C; per $T_{\max} = 60$ °C dal prospetto 6.22 del volume si ricava

$$\frac{1,14^{T_{\max}-20}}{T_{\max}-20} = 4,722$$

nel tratto (1): $T = 20$ °C, $\Delta t = 4$ h

$$t_{eq} = 0 \text{ h}$$

nel tratto (2): variazione lineare da $T_1 = 20\text{ °C}$ a $T_2 = 60\text{ °C}$, $\Delta t = 4\text{ h}$

$$t_{eq} = 4,722 \cdot \left(\frac{20+60}{2} - 20 \right) \cdot 4 = 377,76\text{ h}$$

nel tratto (3): $T = 60\text{ °C}$, $\Delta t = 6\text{ h}$

$$t_{eq} = 4,722 \cdot (60 - 20) \cdot 6 = 1133,28\text{ h}$$

nel tratto (4): variaz. lin. da $T_1 = 60\text{ °C}$ a $T_2 = 20\text{ °C}$, $\Delta t = 4\text{ h}$

$$t_{eq} = 4,722 \cdot \left(\frac{60+20}{2} - 20 \right) \cdot 5 = 377,76\text{ h}$$

sommando i vari termini si ottiene il seguente valore del tempo equivalente

$$t_{eq} = 0 + 377,76 + 1133,28 + 377,76 \cong 1889\text{ h}$$

Calcolo della perdita per rilassamento

La perdita per rilassamento deve quindi essere valutata per un tempo di $1889 + 18 = 1907$ ore, utilizzando la formula:

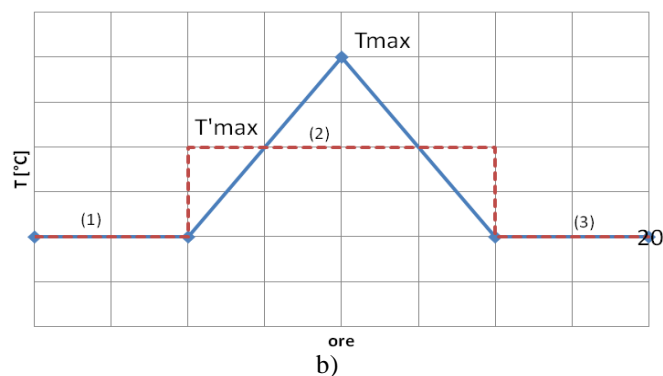
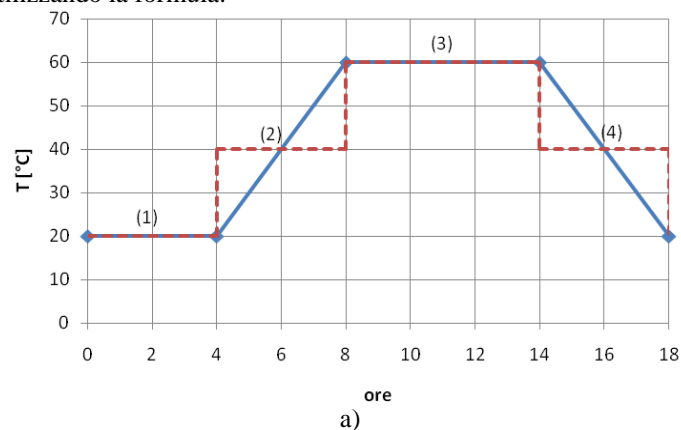


Figura A6.17 a) Ciclo termico effettivo (linea continua) e ciclo termico equivalente a tratti (linea

tratteggiata) per il calcolo di t_{eq} ; b) ciclo termico di forma triangolare.

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = k_1 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{k_2 \cdot \mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0,75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-5}$$

con i valori dei parametri indicati nel prospetto 6.19 per un trefolo di classe 2

$$\rho_{1000} = 2,5 \%$$

$$k_1 = 0,66$$

$$k_2 = 9,1$$

e con

$$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk} = 0,8$$

si ottiene

$$\Delta\sigma_{pr} / \sigma_{pi} = 2,64 \%$$

In assenza del ciclo termico la perdita calcolata per $t = 18$ ore sarebbe stata pari all'1,31 %.

6.16 Esempio 6.16. Calcolo degli effetti di un ciclo termico sull'età di maturazione del calcestruzzo.

Si consideri la trave con armatura pre-tesa dell'esempio 6.11 soggetta al ciclo termico dell'esempio 6.15 e si determini l'età corretta del calcestruzzo che tiene conto del ciclo termico secondo l'espressione [(B.10)].

Per eseguire il calcolo si divide il ciclo termico in piccoli intervalli di tempo all'interno di ciascuno dei quali la temperatura può essere ritenuta con buona approssimazione costante:

si divide il tratto dove la temperatura aumenta da 20 °C a 60 °C in dieci intervalli di 0,4 ore ciascuno e la stessa suddivisione viene adottata per il tratto dove la temperatura diminuisce da 60 °C a 20 °C (fig. A6.18).

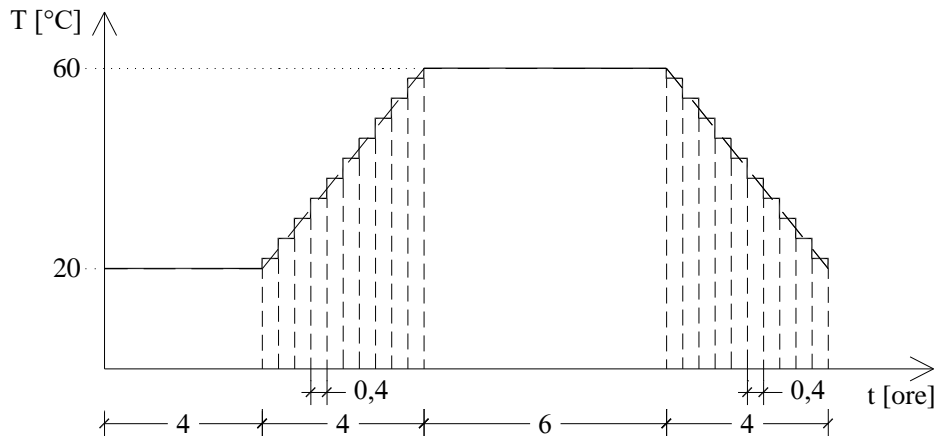


Figura A6.18 Approssimazione dei tratti inclinati del ciclo termico con tratti a temperatura costante.

Per ciascun intervallo si assume una temperatura costante pari alla media delle temperature all'inizio ed alla fine dell'intervallo.

Il prospetto A6.9 riporta i valori di Δt_T (ultima colonna) ottenuti applicando la [(B.10)] a ciascun intervallo ed il valore totale t_T , che risulta pari a $t_T = 2,32$ giorni.

6.17 Esempio 6.17. Calcolo del coefficiente di viscosità a tempo infinito per calcestruzzo confezionato con cemento di classe N.

Si calcoli con il metodo analitico il coefficiente di viscosità a tempo infinito per un calcestruzzo di classe C50/60 confezionato con cemento di classe N, per $t_0 = 28$ giorni, $RH = 70\%$, $h_0 = 250$ mm.

L'espressione del coefficiente di viscosità a tempo infinito, essendo t_0 il tempo di applicazione del carico, è la seguente

$$\varphi(\infty, t_0) = \varphi_0 \quad \text{con} \quad \varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

dove

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 58 \text{ N/mm}^2$$

Prospetto A6.9 Calcolo di t_r secondo l'espressione [(B.10)].

Δt (ore)	t (ore)	Δt (giorni)	T_{media} (°C)	Δt_r (giorni)
4	4	0,1664	20	0,1664
0,4	4,4	0,0167	22	0,0182
0,4	4,8	0,0167	26	0,0219
0,4	5,2	0,0167	30	0,0261
0,4	5,6	0,0167	34	0,0310
0,4	6	0,0167	38	0,0367
0,4	6,4	0,0167	42	0,0432
0,4	6,8	0,0167	46	0,0506
0,4	7,2	0,0167	50	0,0591
0,4	7,6	0,0167	54	0,0688
0,4	8	0,0167	58	0,0797
6	14	0,250	60	1,2862
0,4	14,4	0,0167	58	0,0797
0,4	14,8	0,0167	54	0,0688
0,4	15,2	0,0167	50	0,0591
0,4	15,6	0,0167	46	0,0506
0,4	16	0,0167	42	0,0432
0,4	16,4	0,0167	38	0,0367
0,4	16,8	0,0167	34	0,0310
0,4	17,2	0,0167	30	0,0261
0,4	17,6	0,0167	26	0,0219
0,4	18	0,1067	22	0,0182
			t_r (giorni) =	2,3232

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 = 1,206$$

per $f_{cm} = 58 \text{ N/mm}^2 > 35 \text{ N/mm}^2$, $RH = 70 \%$ e $h_0 = 250 \text{ mm}$

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} = 0,702, \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} = 0,904$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = 2,206, \quad \beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}} = 0,488 \quad (t_0 = 28 \text{ giorni})$$

si ottiene: $\varphi_0 = 1,206 \cdot 2,206 \cdot 0,488 \cong 1,3$.

6.18 Esempio 6.18. Calcolo del coefficiente di viscosità a tempo infinito per calcestruzzo confezionato con cemento di classe R.

Si ripeta il calcolo dell'esempio 6.17 assumendo che il cemento sia di classe R.

L'effetto della classe di cemento viene messo in conto mediante la correzione del tempo di applicazione del carico con la formula [(B.9)]

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left[\frac{9}{\left(2 + t_{0,T}^{1,2}\right) + 1} \right]^\alpha = 28 \cdot \left[\frac{9}{\left(2 + 28^{1,2}\right) + 1} \right]^1 = 32,46 \geq 0,5 \quad [(B.9)]$$

dove $\alpha = 1$ per cemento di classe R,

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}} = \frac{1}{0,1 + 32,46^{0,20}} = 0,475, \quad \varphi_0 = 1,206 \cdot 2,206 \cdot 0,475 \cong 1,26$$

Si fa notare che al crescere della classe di resistenza del calcestruzzo e lasciando invariati i valori di tutte le altre grandezze, i valori di φ_0 diminuiscono.

6.19 Esempio 6.19. Calcolo delle perdite di precompressione in una trave ad armature pre-tese con maturazione a vapore.

Calcolare le perdite di precompressione della trave semplicemente appoggiata ad armature pre-tese avente la sezione mostrata nella figura A6.19, con i dati di progetto riportati di seguito.

Materiali

Calcestruzzo di classe C50/60, confezionato con cemento di classe R

$$f_{ck} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 37000 \text{ N/mm}^2$$

Acciaio per armature ordinarie B450C

$$f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

Acciaio da precompressione

Trefoli da 0,6" (d=15,3 mm)

$$A_p = 140 \text{ mm}^2 \text{ (area di un singolo trefolo)}$$

$$A_{p,tot} = 8 A_p = 1120 \text{ mm}^2 \text{ (area totale di tutti i trefoli)}$$

$$E_p = 195000 \text{ N/mm}^2 \text{ [p.to 3.3.6 (3)]}$$

$$f_{pk} = 1860 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{p0,1k} = 1600 \text{ N/mm}^2$$

Classe di rilassamento: classe 2 (fili o trefoli a basso rilassamento)

$$\rho_{1000} = 2,5 \% \text{ (valore raccomandato al p.to [3.3.2 (6)] per la classe 2)}$$

$$f_{pk}/f_{p0,1k} = 1,11 \geq 1,1 \text{ [p.to 3.3.4 (5)]}$$

Rientro degli ancoraggi: $w = 3 \text{ mm}$ su ciascun lato (il dato si ricava dal Benestare Tecnico Europeo del produttore)

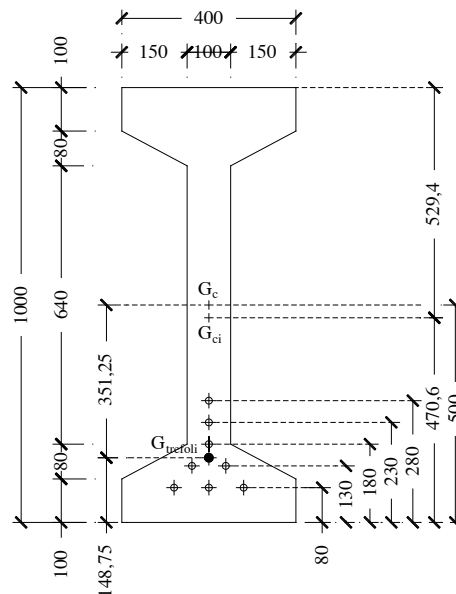


Figura A6.19 Sezione della trave ad armature pre-tese dell'esempio 6.19 (G_c : baricentro geometrico, G_{ci} : baricentro della sezione ideale omogeneizzata a calcestruzzo).

Dati geometrici

Lunghezza della pista di precompressione	$L_{pista} = 80,00 \text{ m}$
Lunghezza trave	$L = 20,00 \text{ m}$
Area sezione calcestruzzo (approssimata con la sez. geometrica senza sottrarre l'ingombro dei trefoli)	$A_c = 184000 \text{ mm}^2$
Perimetro sezione	$u = 3160 \text{ mm}$
Momento di inerzia sezione geometrica	$I_c = 2,3887 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$
Distanza baricentro geometrico G_c dall'intradosso	$z_{inf} = 500 \text{ mm}$
Distanza baricentro geometrico G_c dall'estradosso	$z_{sup} = 500 \text{ mm}$
Numero di trefoli e loro distanza dall'intradosso	3 trefoli a 80 mm 2 trefoli a 130 mm 1 trefolo a 180 mm 1 trefolo a 230 mm 1 trefolo a 280 mm
Distanza baricentro G_{tref} dei trefoli dall'intradosso	$z_{G,tref} = 148,75 \text{ mm}$
eccentricità tra G_{tref} e G_c	$z_{cp} = 500 - 148,75 = 351,25 \text{ mm}$

Carichi

Peso proprio trave	$G_{k1} = 4,60 \text{ kN/m}$
Carico permanente portato	$G_{k2} = 5,20 \text{ kN/m}$
Carico variabile (neve)	$Q_{k1} = 7,20 \text{ kN/m}$
(ipotesi: sito sotto i 1000 m s.l.m. per cui il coefficiente ψ_2 del carico neve è nullo)	

Fasi di realizzazione

1. Esecuzione del getto $t = 0$

2. Ciclo termico della durata di 18 ore
3. Rilascio delle armature $t = 18$ ore
4. Applicazione del carico permanente portato a 90 giorni dal trasferimento della precompressione
5. Vita di progetto della struttura: 500000 ore ($\cong 57$ anni) [p.to 3.3.2(8)]

Tensioni limite nell'acciaio da precompressione

Tensione limite al tiro

Per armature pre-tese si ha:

$$\begin{aligned}\sigma_{p,\max} &= \min\{0,8f_{pk}; 0,9f_{p0,1k}\} = \min\{0,8 \cdot 1860; 0,9 \cdot 1600\} = \\ &= \min\{1488; 1440\} = 1440 \text{ N/mm}^2\end{aligned}\quad [\text{p.to 5.10.2 (1)P}]$$

Tensione limite subito dopo il trasferimento della precompressione al calcestruzzo

$$\begin{aligned}\sigma_{pm0} &= \min\{0,75f_{pk}; 0,85f_{p0,1k}\} = \min\{0,75 \cdot 1860; 0,85 \cdot 1600\} = \\ &= \min\{1395; 1360\} = 1360 \text{ N/mm}^2\end{aligned}\quad [\text{p.to 5.10.3 (2)}]$$

Tensione media in esercizio

$$\sigma_{p,es} = 0,8f_{p0,1k} = 0,8 \cdot 1600 = 1280 \text{ N/mm}^2.$$

Ciclo termico

Per accelerare l'indurimento del calcestruzzo, la trave subisce il ciclo termico di cui all'esempio 6.15 della durata complessiva di 18 ore; di seguito si tiene conto degli effetti che il ciclo termico produce su:

- perdita per rilassamento dell'acciaio,
- modulo di elasticità del calcestruzzo al momento del trasferimento della precompressione,
- coefficiente di viscosità del calcestruzzo.

Calcolo delle perdite immediate (con riferimento a un trefolo)

Le perdite immediate sono così raggruppate:

a) Perdite durante il processo di tesatura

ΔP_1 : perdita per rientro dei dispositivi di ancoraggio, (non si considera in questo esempio un'eventuale sovratensione iniziale delle armature per compensare la perdita ΔP_1 , come di solito avviene negli stabilimenti di prefabbricazione)

b) Perdite prima del trasferimento della precompressione al calcestruzzo

ΔP_2 : perdita per rilassamento dell'acciaio durante la maturazione a vapore del calcestruzzo

ΔP_3 : perdita di origine termica

c) Perdite durante il trasferimento della precompressione al calcestruzzo

ΔP_4 : perdita per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo

Il calcolo delle perdite viene di seguito sviluppato con riferimento a un singolo trefolo.

a) Perdite durante il processo di tesatura

Perdita per rientro dei cunei dei dispositivi di ancoraggio (ΔP_1)

Lunghezza della pista: $L_{\text{pista}} = 80000 \text{ mm}$
 Rientro dei cunei dei dispositivi di ancoraggio: $\Delta L_{\text{pista}} = 2w = 3 + 3 = 6 \text{ mm}$
 Perdita per rientro dei cunei: $\Delta P_1 = (\Delta L_{\text{pista}} / L_{\text{pista}}) E_p A_p = 2047 \text{ N}$
 Tiro iniziale in ogni trefolo: $P_0 = 140 \cdot 1440 = 201.600 \text{ N}$
 Perdita di sforzo di pretensione: $P_1 = P_0 - \Delta P_1 = 199553 \text{ N}$

Tensione normale nei trefoli dopo il rientro dei cunei:

$$\sigma_{pi} = 199553 / 140 = 1425 \text{ N/mm}^2$$

Rapporto tra tensione normale dopo il rientro dei cunei e tensione di rottura:

$$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk} = 1425 / 1860 = 0,766$$

b) Perdite prima del trasferimento della precompressione al calcestruzzo (nell'intervallo di tempo compreso tra la tesatura dei trefoli ed il loro rilascio)

Perdita per rilassamento dell'acciaio durante il trattamento a vapore del calcestruzzo (ΔP_2)

Dall'esempio 6.15 si ha: $\Delta \sigma_{pr} / \sigma_{pi} = 2,64 \%$, da cui:

$$\Delta \sigma_{pr} = 0,0264 \cdot \sigma_{pi} = 0,0264 \cdot 1425 = 37,62 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta P_2 = 37,62 \cdot 140 = 5267 \text{ N}$$

$$P_2 = P_1 - \Delta P_2 = 199553 - 5267 = 194286 \text{ N},$$

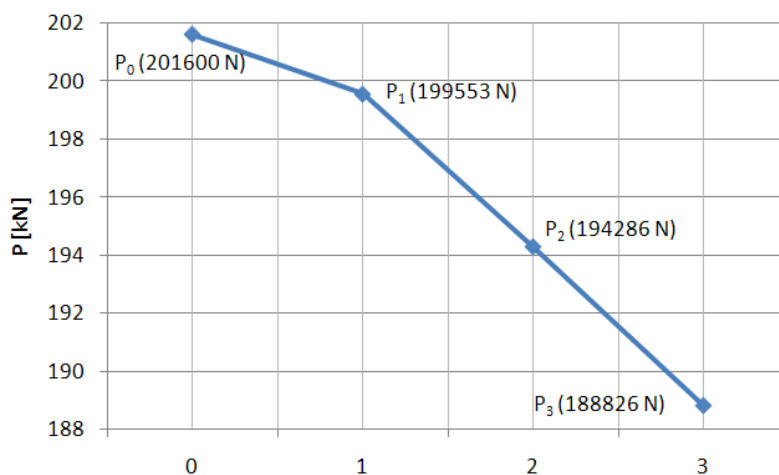


Figura A6.20 Sforzo di pretensione nel singolo trefolo prima del trasferimento della precompressione al calcestruzzo: (0) alla messa in tensione, (1) dopo il rientro degli ancoraggi alle testate della pista di prefabbricazione, (2) a seguito del rilassamento dell'acciaio durante il ciclo termico, (3) dopo la perdita di origine termica.

Perdita di origine termica (ΔP_3)

$$\Delta P_3 = 0,5 A_p E_p \alpha_c (T_{\max} - T_0) \quad [(10.3)]$$

dove

$$A_p = 140 \text{ mm}^2$$

$$E_p = 195000 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_c = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

$$T_{\max} - T_0 = 60 - 20 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$$

Con questi dati si ottiene:

$$\Delta P_3 = 0,5 A_p E_p \alpha_c (T_{\max} - T_0) = 5460 \text{ N} = 5,46 \text{ kN}$$

La forza di trazione in ogni trefolo al momento del rilascio dei trefoli è pertanto pari a:

$$P_3 = P_2 - \Delta P_3 = 194286 - 5460 = 188826 \text{ N}$$

ossia poco prima del rilascio dei trefoli la pretensione si è ridotta del 6,3 % rispetto a quella iniziale al martinetto (fig. A6.20).

c) Perdite durante il trasferimento della precompressione al calcestruzzo**Perdita per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo (ΔP_4)**

A differenza delle perdite ΔP_1 , ΔP_2 e ΔP_3 , per il calcolo di ΔP_4 si fa ora riferimento allo sforzo di precompressione totale P_{tot} , dato da quello del singolo trefolo moltiplicato per il numero di trefoli.

Lo sforzo $P_{4,\text{tot}}$ presente nei trefoli subito dopo il trasferimento della precompressione al calcestruzzo si calcola con la formula ricavata al § 6.8.1, ponendovi il valore dello sforzo totale $P_{3,\text{tot}}$ dei trefoli presente poco prima del loro rilascio:

$$P_{4,\text{tot}} = \frac{P_{3,\text{tot}}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}(t)} \frac{A_{p,\text{tot}}}{A_c} \left(1 + \frac{z_{cp}^2 A_c}{I_c}\right)} = \frac{8 \cdot 188826}{1 + \frac{195000}{31895} \frac{8 \cdot 140}{184000} \left(1 + \frac{351,25^2 \cdot 184000}{2,3887 \cdot 10^{10}}\right)} = 1408385 \text{ N}^1$$

o sforzo in ogni trefolo vale:

$$P_4 = P_{4,\text{tot}} / 8 = 176048 \text{ N e ad esso corrisponde una tensione normale pari a:}$$

$$\sigma_p = 176048 / 140 = 1257 \text{ N/mm}^2 (\leq \sigma_{pm0} = 1360 \text{ N/mm}^2).$$

Nel calcolo di $P_{4,\text{tot}}$ è stato utilizzato il valore del modulo di elasticità del calcestruzzo al momento del rilascio dei trefoli $E_{cm}(t)$. Nel presente caso, utilizzando l'età corretta del calcestruzzo per tenere conto del ciclo termico ($t \cong 2,32$ giorni dall'esempio 6.16), si ha:

$$f_{cm}(t) = e^{s \left[1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right]} \cdot f_{cm} = e^{0,2 \left[1 - \sqrt{\frac{28}{2,32}}\right]} \cdot 58 = 35,36 \text{ N/mm}^2 \quad [(3.1), (3.2)]$$

dove

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 58 \text{ N/mm}^2,$$

$s = 0,2$ per cemento di classe R,

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}}\right)^{0,3} \cdot E_{cm} = \left(\frac{35,36}{58}\right)^{0,3} \cdot 37000 = 31895 \text{ N/mm}^2$$

La perdita nel singolo trefolo vale:

$$\Delta P_4 = P_3 - P_4 = 188826 - 176048 = 12778 \text{ N}$$

Perdita istantanea complessiva nella sezione di mezzeria

Le perdite immediate danno una riduzione complessiva dello sforzo di pretensione in ogni trefolo pari a:

$$\Delta P_{\text{immed.}} = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \Delta P_4 = 2047 + 5267 + 5460 + 12778 = 25552 \text{ N}$$

che rappresenta circa il 12,7 % dello sforzo iniziale al martinetto ($P_0 = 201600 \text{ N}$).

Calcolo delle perdite differite (con riferimento a un trefolo)

Le perdite differite sono così raggruppate:

ΔP_5 : perdita per rilassamento dell'acciaio,

ΔP_6 : perdita per ritiro del calcestruzzo,

ΔP_7 : perdita per viscosità del calcestruzzo.

Il loro calcolo si può sviluppare come qui di seguito indicato.

Perdita per rilassamento dell'acciaio (ΔP_5)

Si esegue il calcolo considerando che la tensione nelle armature da precompressione sia costante⁶ e pari a quella che si registra subito dopo il rientro dei dispositivi di ancoraggio; risulta: $\mu = \sigma_{pi}/f_{pk} = 1425 / 1860 = 0,766$ (vedi calcolo di σ_{pi} sopra); per $t = 500000$ ore si ha:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma'_{p5} &= \Delta \sigma_{pr} = k_1 \cdot 2,5 \cdot e^{k_2 \cdot \mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0,75(1-\mu)} \cdot 10^{-5} \cdot \sigma_{pi} = \\ &= 0,66 \cdot 2,5 \cdot e^{9,1 \cdot 0,766} \left(\frac{500000}{1000} \right)^{0,75(1-0,766)} \cdot 10^{-5} \cdot 1425 \cong 74,52 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

La perdita per rilassamento a tempo infinito, misurata a partire dal momento in cui il trefolo è bloccato alle testate della pista di precompressione, vale:

$$\Delta P'_5 = \Delta \sigma'_{p5} \cdot A_p = 74,52 \cdot 140 = 10433 \text{ N}$$

La perdita per rilassamento dell'acciaio misurata a partire dall'istante in cui avviene il rilascio dei trefoli si ottiene per differenza tra $\Delta P'_5$ e ΔP_2 , essendo ΔP_2 la perdita per rilassamento, già calcolata sopra, che si manifesta tra il momento dell'ancoraggio dei trefoli alle testate ed il loro rilascio (fig. A6.21):

$$\Delta P_5 = \Delta P'_5 - \Delta P_2 = 10433 - 5267 = 5166 \text{ N}$$

a cui corrisponde una riduzione di tensione pari a:

$$\Delta \sigma_{p5} = \Delta P_5 / A_p = 5166 / 140 = 36,9 \text{ N/mm}^2$$

Perdita per ritiro autogeno del calcestruzzo

In un elemento prefabbricato maturato a vapore il ritiro autogeno si può ritenere trascurabile, come indicato al p.to [10.3.1.2(3)]:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 0$$

⁶ In realtà la tensione nell'acciaio diminuisce nel tempo a causa della viscosità e del ritiro del calcestruzzo (vedi § 6.10.7); di questo si tiene conto alla fine del calcolo attraverso l'adozione di un coefficiente riduttivo della perdita per rilassamento pari a 0,8.

Perdita per ritiro da essiccamento del calcestruzzo (ΔP_6)

Dall'esempio 6.11 risulta:

$$\Delta \sigma_{p6} = 77 \text{ N/mm}^2$$

a cui corrisponde una riduzione dello sforzo di pretensione di ogni trefolo pari a:

$$\Delta P_6 = \Delta \sigma_{p6} \cdot A_p = 77 \cdot 140 = 10780 \text{ N } (\cong 5,35 \% \text{ dello sforzo iniziale di } 201600 \text{ N})$$

Perdita per viscosità del calcestruzzo (ΔP_7)

Si verifica preliminarmente che sotto i carichi quasi-permanenti la tensione nel calcestruzzo sia inferiore a $0,45 f_{ck}$ (vedi § 6.4.3). Lo sforzo di precompressione da considerare per valutare gli effetti viscosi è P_4 , ossia quello agente subito dopo la perdita per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo.

Combinazione quasi-permanente:

$$q_{QP} = G_{k1} + G_{k2} = 4,60 + 5,20 = 9,80 \text{ kN/m}$$

(il coefficiente $\psi_{2,\text{neve}}$ del carico neve è nullo per siti sotto i 1000 m s.l.m.)

Il momento flettente prodotto dal carico distribuito quasi-permanente vale:

$$M_{QP} = q_{QP} L^2 / 8 = 9,80 \cdot 20^2 / 8 = 490 \text{ kNm}$$

di cui 230 kNm è il momento prodotto dal solo peso proprio della trave.

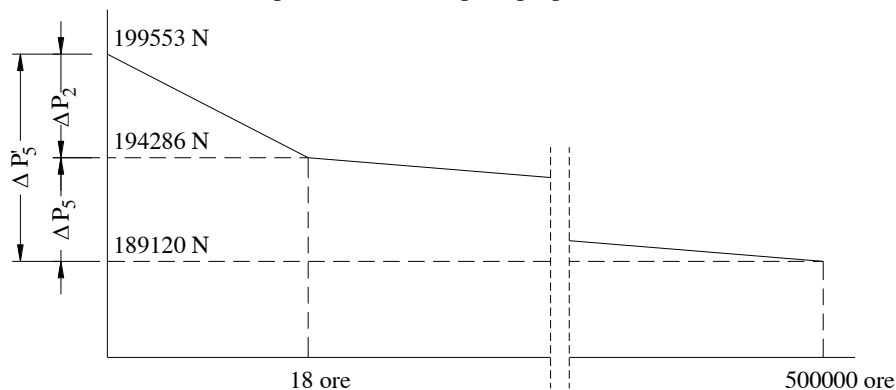


Figura A6.21 Perdita per rilassamento in ogni trefolo a 18 e a 500000 ore.

Assunta la tensione normale nel calcestruzzo positiva se di compressione, risulta (fig. A6.22):

$$\begin{aligned} \sigma_{c,\text{sup}} &= \frac{P_{4,\text{tot}}}{A_c} - \frac{P_{4,\text{tot}} \cdot z_{cp}}{I_c} \cdot z_{\text{sup}} + \frac{M}{I_c} z_{\text{sup}} = \\ &= \frac{1408385}{184000} - \frac{1408385 \cdot 351,25}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 500 + \frac{490.000.000}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 500 = \\ &= 7,55 \text{ N/mm}^2 \leq 0,45 \cdot 50 = 22,5 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma_{c, \text{inf}} = \frac{P_{4, \text{tot}}}{A_c} + \frac{P_{4, \text{tot}} \cdot z_{cp}}{I_c} \cdot z_{\text{inf}} - \frac{M}{I_c} z_{\text{inf}} = 7,75 \text{ N/mm}^2 \leq 0,45 \cdot 50 = 22,5 \text{ N/mm}^2$$

dove le tensioni prodotte dallo sforzo di precompressione sono calcolate con riferimento alla sezione di solo calcestruzzo (approssimata con la sezione geometrica), perché si utilizza il valore dello sforzo di precompressione che tiene già conto della perdita per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo. Inoltre in via approssimata anche le tensioni prodotte dai carichi esterni sono calcolate sulla sezione di solo calcestruzzo, sebbene agiscano sulla sezione ideale omogeneizzata a calcestruzzo. Se il calcolo viene eseguito con riferimento alla sezione ideale omogeneizzata a calcestruzzo, occorre utilizzare lo sforzo $P_{3, \text{tot}}$ agente prima del trasferimento della precompressione (vedi ultimo capoverso del par. 6.8.1).

Calcolo del coefficiente di viscosità

Viscosità a tempo infinito

$$\varphi(\infty, t_0) = \varphi_0 \text{ con } \varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

$$\text{dove: } \varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 = 1,294 \text{ per } f_{cm} > 35 \text{ N/mm}^2$$

con: $RH = 70 \%$, $h_0 = 116,5 \text{ mm}$

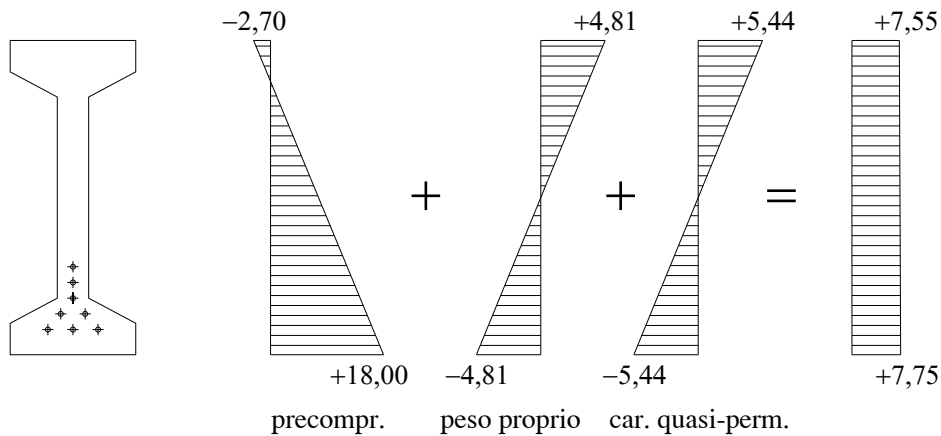


Figura A6.22 Andamento delle tensioni normali nel calcestruzzo (valori positivi = tensioni di compressione).

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} = 0,702, \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} = 0,904$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = 2,206$$

Per il calcolo di $\beta(t_0)$ si considera che la precompressione ed il peso proprio sono applicati al momento del rilascio dei trefoli, mentre gli altri carichi permanenti sono applicati a 90 giorni dal trasferimento della precompressione (vedi dati di progetto all'inizio dell'esempio). Si procede pertanto al calcolo di due diversi valori del coefficiente di viscosità: il primo relativo alla precompressione ed al peso proprio ed il secondo agli altri carichi permanenti.

Il tempo di applicazione $t_{0,a}$ del peso proprio si ottiene correggendo quello dell'esempio 6.16, che tiene conto del ciclo termico,

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n e^{-\{4000/[273+T(\Delta t_i)]-13,65\}} \cdot \Delta t_i = 2,32 \text{ giorni}$$

mediante la [(B.9)] per considerare gli effetti del tipo di cemento

$$t_{0,a} = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^{\alpha} = 2,32 \cdot \left(\frac{9}{2 + 2,32^{1,2}} + 1 \right) = 6,72 \geq 0,5$$

Il tempo di applicazione $t_{0,b}$ degli altri carichi permanenti si ricava aggiungendo 90 giorni a $t_{0,T}$ ed utilizzando nuovamente la [(B.9)] per tenere conto del tipo di cemento:

$$t'_{0,T} = t_{0,T} + 90 = 92,32 \text{ giorni}$$

$$t_{0,b} = t'_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t'_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^{\alpha} = 92,32 \cdot \left(\frac{9}{2 + 92,32^{1,2}} + 1 \right) = 95,93 \geq 0,5$$

Noti i valori di $t_{0,a}$ e $t_{0,b}$, si possono calcolare i corrispondenti valori di $\beta(t_{0,a})$ e $\beta(t_{0,b})$

$$\beta(t_{0,a}) = \frac{1}{0,1 + t_{0,a}^{0,20}} = \frac{1}{0,1 + 6,72^{0,20}} = 0,639$$

$$\beta(t_{0,b}) = \frac{1}{0,1 + t_{0,b}^{0,20}} = \frac{1}{0,1 + 95,93^{0,20}} = 0,386$$

e quelli del coefficiente di viscosità

$$\varphi(\infty, t_{0,a}) = 1,294 \cdot 2,206 \cdot 0,639 \cong 1,82$$

$$\varphi(\infty, t_{0,b}) = 1,294 \cdot 2,206 \cdot 0,386 \cong 1,10$$

Tensione nel calcestruzzo

A livello del baricentro dei trefoli la tensione nel calcestruzzo si compone dei seguenti contributi

- tensione prodotta dalla precompressione:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{4,tot}}{A_c} + \frac{P_{4,tot} \cdot z_{cp}^2}{I_c} = \frac{1408385}{184000} + \frac{1408385 \cdot 351,25^2}{2,3887 \cdot 10^{10}} = 14,93 \text{ N/mm}^2$$

- tensione prodotta dal peso proprio (negativa perché di trazione)

$$\sigma_{c,pp} = \frac{M_{pp}}{I_c} \cdot z_{cp} = - \frac{(4,6 \cdot 20^2 / 8) \cdot 10^6}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 351,25 = -3,38 \text{ N/mm}^2$$

- tensione prodotta dai carichi quasi permanenti ($\psi_{2,neve} = 0$ per siti a quota inferiore a 1000 m s.l.m.; la tensione risulta negativa perché di trazione)

$$\sigma_{c,QP} = \frac{M_{pp}}{I_c} \cdot z_{cp} = -\frac{(5,2 \cdot 20^2 / 8) \cdot 10^6}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 351,25 = -3,82 \text{ N/mm}^2$$

Abbiamo così calcolato tutti gli elementi per determinare la deformazione viscosa del calcestruzzo a tempo infinito a livello del baricentro dei trefoli. Essa si ottiene moltiplicando la deformazione istantanea prodotta dalla precompressione iniziale e dal peso proprio per il coefficiente $\varphi(\infty, t_{0,a})$ e quella dovuta ai carichi quasi-permanenti per $\varphi(\infty, t_{0,b})$:

$$\varepsilon_c(\infty, t_{0,a}, t_{0,b}) = \varphi(\infty, t_{0,a}) \cdot \frac{\sigma_{cp} + \sigma_{c,pp}}{E_{cm}} + \varphi(\infty, t_{0,b}) \cdot \frac{\sigma_{c,QP}}{E_{cm}}^7$$

pertanto ogni trefolo subisce una perdita per viscosità del calcestruzzo pari a⁸

$$\Delta\sigma_{p7} = \varepsilon_c(\infty, t_{0,a}, t_{0,b}) \cdot E_p = \frac{1,82 \cdot (14,93 - 3,38) + 1,10 \cdot (-3,82)}{37000} \cdot 195000 = 88,6 \text{ N/mm}^2$$

a cui corrisponde la seguente riduzione dello sforzo di pretensione in ogni trefolo

$$\Delta P_7 = \Delta\sigma_7 \cdot A_p = 88,6 \cdot 140 = 12404 \text{ N}$$

che è uguale al 6,15 % dello sforzo di pretensione iniziale di 201600 N.

Perdita per ritiro e viscosità del calcestruzzo e per rilassamento dell'acciaio (ΔP_{5+6+7})

Sommando le perdite per ritiro e viscosità del calcestruzzo con quella per rilassamento dell'acciaio, si ottiene una perdita differita totale pari a:

$$\Delta\sigma_{p,5+6+7} = 36,9 + 77 + 88,6 \cong 202,5 \text{ N/mm}^2$$

a cui corrisponde la seguente riduzione dello sforzo di precompressione in ogni trefolo:

$$\Delta P_{5+6+7} = \Delta\sigma_{p,5+6+7} \cdot A_p = 202,5 \cdot 140 = 28350 \text{ N}$$

che è uguale al 14 % del tiro iniziale applicato con il martinetto.

Una stima più accurata della perdita differita totale può essere ottenuta utilizzando l'espressione [(5.46)] (vedi § 6.10.7):

$$\begin{aligned} \Delta P_{5+6+7} &= \Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta\sigma_{p,c+s+r} = A_p \cdot \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(\infty, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_{p,tot}}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2 \right) [1 + 0,8 \varphi(\infty, t_{0,a})]} = \\ &= 140 \cdot \frac{77 + 0,8 \cdot 36,9 + 88,6}{1 + \frac{195.000}{37.000} \cdot \frac{1.120}{184.000} \left(1 + \frac{184.000}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 351,25^2 \right) [1 + 0,8 \cdot 1,82]} = 140 \cdot 169 = 23660 \text{ N} \end{aligned}$$

Si fa notare che al denominatore della formula occorre porre il coefficiente di viscosità $\varphi(\infty, t_{0,a})$, relativo al tempo di applicazione dello sforzo di precompressione al calcestruzzo.

⁷ È stato utilizzato il modulo secante E_{cm} al posto di quello tangente (vedi nota 27, per coerenza con la [(5.46)]).

⁸ Considerando il modulo tangente ($1,05 E_{cm}$) si avrebbe $\Delta\sigma_{p7} = 84,4 \text{ N/mm}^2$.

Le perdite differite rappresentano circa l'11,7 % dello sforzo iniziale al martinetto ($P_0 = 201600$ N).

Perdita di precompressione totale

In conclusione, a tempo infinito, tenendo conto di tutte le perdite, la forza di trazione in ogni trefolo è pari a:

$$P = P_0 - (\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \Delta P_4) - \Delta P_{5+6+7} = 201600 - (2047 + 5267 + 5460 + 12778) - 23660 = 152388 \text{ N}$$

ossia si è ridotta del 24,4 % rispetto a quella iniziale.

6.20 Esempio 6.20. Trave a cavi post-tesi.

Determinare le perdite di precompressione (immediate e nel tempo) della trave semplicemente appoggiata dell'esempio 6.4 (fig. A6.23). La trave è a cavi post-tesi di 35,00 m di luce, le operazioni di tesatura sono effettuate a 14 giorni dal getto da entrambe le estremità; altri dati di progetto: coefficiente di attrito $\mu = 0,19 \text{ rad}^{-1}$, deviazione angolare non intenzionale $k = 0,005 \text{ rad/m}$, rientro degli ancoraggi $w = 3 \text{ mm}$ (su ciascun lato), $RH = 70 \%$, calcestruzzo di classe C35/45, acciaio da precompressione con $f_{pk} = 1860 \text{ N/mm}^2$ e $f_{p0,1k} = 1600 \text{ N/mm}^2$.

Materiali

Calcestruzzo di classe C35/45, confezionato con cemento di classe R

$$f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 34000 \text{ N/mm}^2$$

Acciaio per armature ordinarie B450C

$$f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = f_{yk} / 1,15 = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$$

Acciaio da precompressione

Numero 6 cavi formati ognuno da 7 trefoli da 0,6" ($d = 15,3 \text{ mm}$)

$$A_p = 7 \cdot 140 = 980 \text{ mm}^2 \text{ (area di un cavo)}$$

$$A_{p,\text{tot}} = 6 \cdot A_p = 5880 \text{ mm}^2 \text{ (area totale di tutti i cavi)}$$

$$E_p = 195000 \text{ N/mm}^2 \text{ [p.to 3.3.6 (3)]}$$

$$f_{pk} = 1860 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{p0,1k} = 1600 \text{ N/mm}^2$$

Classe di rilassamento: classe 2 (filati o trefoli a basso rilassamento)

$$\rho_{1000} = 2,5 \% \text{ (valore raccomandato al p.to [3.3.2 (6)] per la classe 2)}$$

$$f_{pk}/f_{p0,1k} = 1,11 \geq 1,1 \text{ [p.to 3.3.4 (5)]}$$

Rientro degli ancoraggi: $w = 3 \text{ mm}$ su ciascun lato (dato ricavato dal Benestare Tecnico Europeo del produttore)

Dati geometrici

Lunghezza trave

$$L = 35000 \text{ mm}$$

Caratteristiche della sezione di mezzeria

Perimetro

$u = 7465 \text{ mm}$

Numero e distanza dei cavi dall'intradosso

3 cavi a 120 mm

3 cavi a 280 mm

Distanza baricentro G_{cavi} dall'intradosso

$z_{G_{\text{cavi}}} = 200 \text{ mm}$

Eccentricità tra G_{cavi} e G_c (fig. A6.23)

$z_{ep} = 859 \text{ mm}$

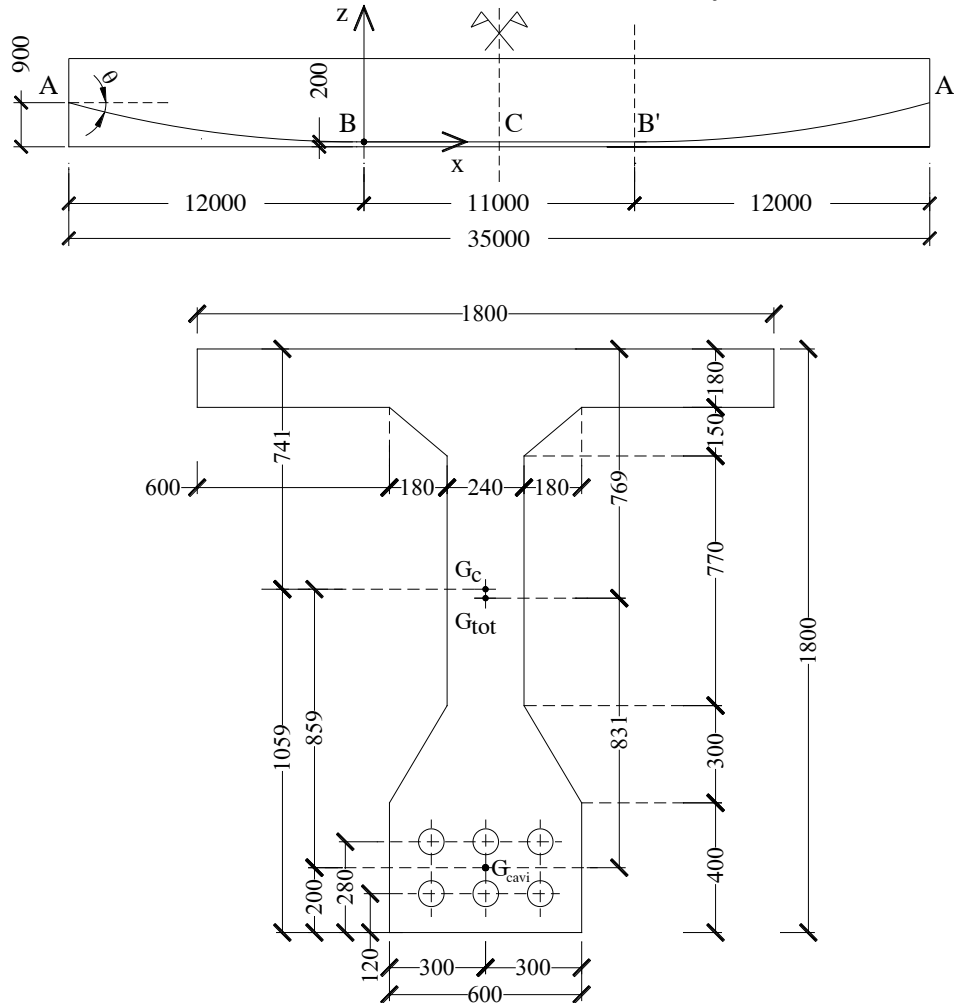


Figura A6.23 Trave con armature post-tese: andamento del cavo risultante e sezione trasversale in mezzeria, dove sono indicati i baricentri della sezione geometrica (G_{tot}), della sezione depurata dell'area delle guaine (G_c) e dei cavi (G_{cavi}).

CarichiCarichi quasi-permanenti: $G_{QP} = 30,50 \text{ kN/m}$ (di cui $G_{k1} = 23,50 \text{ kN/m}$ è il peso proprio della trave)

Caratteristiche meccaniche del calcestruzzo

Resistenza media a compressione a 14 giorni da getto:

$$f_{cm}(t) = e^{s \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right]} \cdot f_{cm} = e^{0,2 \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{28}{14}}\right]} \cdot 43 = 39,58 \text{ N/mm}^2 \quad [(3.1), (3.2)]$$

dove

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 43 \text{ N/mm}^2$$

$s = 0,2$ per cemento di classe R (vedi par. 6.4.2)

Modulo di elasticità a 14 giorni dal getto

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}}\right)^{0,3} \cdot E_{cm} = \left(\frac{39,58}{43}\right)^{0,3} \cdot 34000 = 33165 \text{ N/mm}^2$$

Prospetto A6.10 Caratteristiche geometriche della sezione C di mezzeria.

Tipo di sezione	Geometrica	Netta (depurata dell'area delle guaine)	Omogeneizzata a calcestruzzo
u (mm)	7465	7465	7465
A_c (mm ²)	937.800	907.641	995.841
I_c (mm ⁴)	$3,7901 \cdot 10^{11}$	$3,5727 \cdot 10^{11}$	$4,1715 \cdot 10^{11}$

Tensioni limite nell'acciaio da precompressione

Tensione massima all'estremità attiva durante la messa in tensione [p.to 5.10.2.1] ⁹

$$\sigma_{p,\max} \leq \min(0,75 f_{pk}; 0,85 f_{p0,1k}) = \min(0,75 \cdot 1860; 0,85 \cdot 1600) = 1360 \text{ N/mm}^2$$

Tensione massima in esercizio a perdite avvenute:

$$\sigma_{p,es} \leq 0,8 f_{p0,1k} = 0,8 \cdot 1600 = 1280 \text{ N/mm}^2$$

Valori limite dello sforzo di precompressione

Massimo sforzo all'estremità attiva durante la messa in tensione:

$$P_0 = P_{\max} = \sigma_{p,\max} A_{p,\text{tot}} = 1360 \cdot 5880 = 7996800 \text{ N} \cong 7997 \text{ kN}$$

Massimo sforzo in esercizio (a perdite differite avvenute):

$$P_{es} = \sigma_{p,es} A_{p,\text{tot}} = 1280 \cdot 5880 = 7526400 \text{ N} \cong 7526 \text{ kN}$$

Calcolo delle perdite immediate

Le perdite immediate sono così raggruppate:

ΔP_{μ} : perdita per attrito,

ΔP_{sl} : perdita per rientro dei dispositivi di ancoraggio,

ΔP_{el} : perdita per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo.

⁹ L'EC2 pone anche un limite alla tensione massima a perdite istantanee avvenute; per le armature post-tese questo limite coincide con quello valido per $\sigma_{p,\max}$ (vedi § 6.3.2). La limitazione non è invece presente nelle NTC 2018.

Perdita per attrito (ΔP_μ)

Il calcolo rigoroso richiederebbe di considerare separatamente il tracciato di ciascun cavo e di valutarne le corrispondenti perdite per attrito, da sommare a quelle di tutti gli altri cavi. In via approssimata il calcolo viene qui eseguito con riferimento all'andamento del cavo risultante, le cui estremità sono posizionate nei baricentri delle sezioni di estremità della trave. Il cavo risultante ha andamento parabolico nei due tratti terminali AB e B'A' lunghi ognuno 12 m ed andamento rettilineo nel restante tratto centrale BB' di 11 m (fig. A6.23). Considerato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale x-z con origine nella sezione B a livello del baricentro del cavo risultante, l'equazione del tratto parabolico AB di cavo è:

$$z = 4,861 \cdot 10^{-3} x^2 \quad (\text{con } x \text{ e } z \text{ in m})^{10}$$

Nella sezione di estremità A il cavo risultante forma con l'orizzontale un angolo la cui ampiezza è pari a¹¹:

$$|\theta_A| \cong 0,116 \text{ rad} \cong 6,654^\circ$$

che rappresenta anche la deviazione angolare del cavo tra la sezione di estremità A e la sezione B, essendo la tangente al cavo in B orizzontale; la perdita per attrito tra la sezione A e la sezione B vale pertanto:

$$\begin{aligned} \Delta P_\mu (12 \text{ m}) &= P_{\max} \left(1 - e^{-\mu(\theta + kx)} \right) = 7997 \cdot \left[1 - e^{-0,19 \cdot (0,116 + 0,005 \cdot 12,00)} \right] = 263 \text{ kN} \\ &(\cong 3,3 \% P_{\max}) \end{aligned}$$

mentre quella tra la sezione A e la sezione di mezzzeria C¹²

$$\begin{aligned} \Delta P_\mu (17,50 \text{ m}) &= P_{\max} \left(1 - e^{-\mu(\theta + kx)} \right) = 7997 \cdot \left[1 - e^{-0,19 \cdot (0,116 + 0,005 \cdot 17,50)} \right] \cong 303 \text{ kN} \\ &(\cong 3,8 \% P_{\max}) \end{aligned}$$

Lo sforzo di pretesione nelle sezioni A, B e C, scontata la perdita per attrito, assume quindi i seguenti valori:

$$P_A = 7997 \text{ kN} = P_{\max}$$

$$P_B = 7997 - 263 = 7734 \text{ kN}$$

$$P_C = 7997 - 303 = 7694 \text{ kN}$$

Approssimando con una spezzata l'andamento dello sforzo di precompressione si ha il diagramma mostrato nella figura A6.24.

¹⁰ L'equazione della parabola AB nel riferimento x-z centrato in B (fig. A6.27) è $z = f x^2 / L^2$, dove L è la lunghezza del tratto AB di trave e f è l'ordinata del punto A nel riferimento x-z; esprimendo x e z in m risulta: $z = f x^2 / L^2 = 0,70 x^2 / 12,00^2 = 4,861 \cdot 10^{-3} x^2$.

¹¹ La tangente dell'angolo θ è data dalla derivata di z ($z' = 2 f x / L^2$), valutata in $x = -L/2$:

$\tan \theta = z'_{(x=-L/2)} = -2 f / L = -2 \cdot (0,90 - 0,20) / 12,00 = -0,116$; risulta pertanto: $\theta = \arctan (-0,116) \cong -0,116 \text{ rad} \cong -6,654^\circ$ (il segno negativo indica che la tangente è ruotata in senso orario rispetto all'orizzontale).

¹² Procedendo al calcolo della perdita per attrito tra le sezioni B e C si ha: $\Delta P_\mu (x_C - x_B) = 7734 \cdot [1 - e^{0,19 \cdot (0,005 \cdot 5,50)}] \cong 40 \text{ kN}$, per cui la perdita tra A e C vale: $\Delta P_\mu (x_C - x_A) = \Delta P_\mu (x_B) + 40 \text{ kN} = 303 \text{ kN}$; il risultato coincide pertanto con quello ottenuto calcolando direttamente la perdita tra le sezioni A e C.

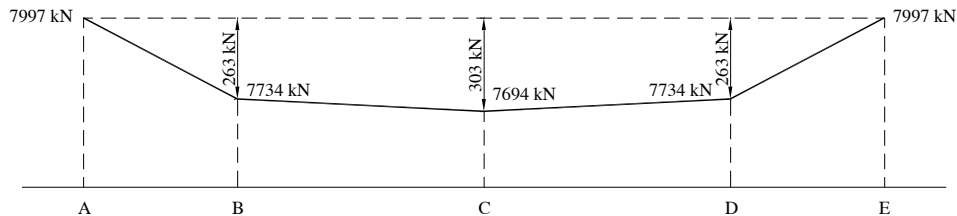


Figura A6.24 Andamento dello sforzo di precompressione, avendo già tenuto conto della perdita per attrito per tesatura da entrambe le estremità.

Osservazione Se si utilizzassero le espressioni linearizzate, le perdite per attrito assumerebbero valori di poco superiori:

$$\Delta P_{\mu}(12\text{ m}) = P_{\max} \mu(\theta + kx) = 7997 \cdot 0,19 \cdot (0,116 + 0,005 \cdot 12,00) \cong 267\text{ kN}$$

(> 263 kN)

$$\Delta P_{\mu}(17,50\text{ m}) = P_{\max} \mu(\theta + kx) = 7997 \cdot 0,19 \cdot (0,116 + 0,005 \cdot 17,50) \cong 309\text{ kN}$$

(> 303 kN)

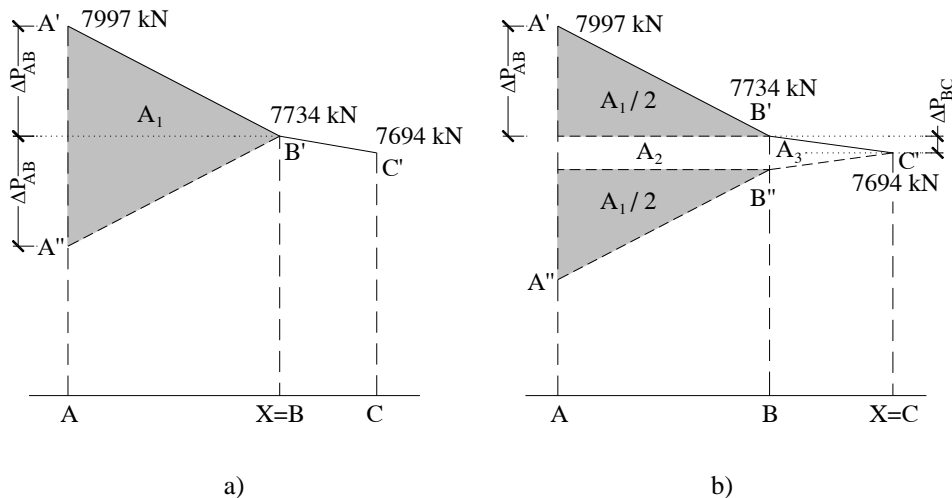


Figura A6.25 Calcolo delle aree sottese dal diagramma dello sforzo di precompressione:

a) sezione X coincidente con la sezione B, b) sezione X coincidente con la sezione C.

Perdita per rientro dei dispositivi di ancoraggio (ΔP_{st})

Si calcola la lunghezza del tratto di cavo interessato dal rientro dei cunei dei dispositivi di ancoraggio nell'ipotesi che il rientro sia pari a $w=3$ mm. Seguendo il procedimento indicato al par. 6.9.3, si calcola preliminarmente la quantità:

$$w \cdot A_{p,\text{tot}} \cdot E_p = 3 \cdot 5880 \cdot 195000 = 3,4398 \cdot 10^9 \text{ Nmm} = 3439,8 \text{ kNm}$$

Quindi si calcolano le aree comprese tra il diagramma dello sforzo di precompressione che tiene conto delle perdite per attrito ed il diagramma conseguente al rientro degli ancoraggi.

Non essendo nota a priori la lunghezza del tratto AX interessato dal rientro degli ancoraggi, si ipotizzano due posizioni limite: sezione X coincidente con la sezione B (fig. A6.25a) e sezione X coincidente con la sezione C di mezzzeria (fig. A6.25b); questa seconda ipotesi equivale ad assumere che il rientro dei dispositivi di ancoraggio interessi tutta la trave.

Calcolo delle aree mostrate nella figura A6.25:

$$(1): A_1 = 2 \cdot \frac{AB \cdot \Delta P_{AB}}{2} = 12 \cdot 263 = 3156 \text{ kNm}$$

$$(2): A_2 = AB \cdot (2 \cdot \Delta P_{BC}) = 12 \cdot (2 \cdot 40) = 960 \text{ kNm}$$

$$(3): A_3 = 2 \cdot \frac{BC \cdot (\Delta P_{BC})}{2} = 5,50 \cdot 40 = 220 \text{ kNm}$$

Ipotesi n. 1: sezione X coincidente con la sezione B

$$A_{A'B'A''} = A_1 = 3156 \text{ kNm}$$

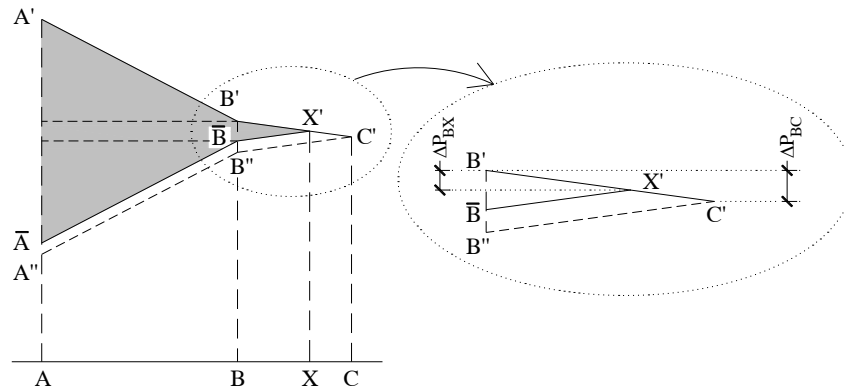


Figura A6.26 Calcolo delle aree relative all'effettiva posizione della sezione X.

Ipotesi n. 2: sezione X coincidente con la sezione C

$$A_{A'B'C'B''A''} = A_1 + A_2 + A_3 = 3156 + 960 + 220 = 4336 \text{ kNm}$$

Il valore di $w A_{p, \text{tot}} E_p$ ($= 3439,8 \text{ kNm}$) è compreso tra quelli dell'area $A'B'A''$ e dell'area $A'B'C'B''A''$, pertanto la sezione X si colloca tra le sezioni B e C.

Con riferimento alla figura A6.26 per la similitudine dei triangoli $B'X'B$ e $B'C'B''$ si può scrivere:

$$\frac{B'B}{B'B''} = \frac{BX}{BC} \Rightarrow \frac{2 \cdot \Delta P_{BX}}{2 \cdot \Delta P_{BC}} = \frac{x - x_B}{x_C - x_B} \Rightarrow \Delta P_{BX} = \Delta P_{BC} \frac{x - x_B}{x_C - x_B} = 40 \frac{x - 12}{5,50}$$

il valore di x si ottiene imponendo che l'area $A'B'X'B''A''$ (con lo sfondo grigio nella figura A6.26) sia pari a $w A_{p, \text{tot}} E_p = 3439,8 \text{ kNm}$:

$$(x - x_B) \cdot (2 \cdot \Delta P_{BX}) / 2 + A_1 + A_2 = 3439,8 \text{ kNm}$$

sostituendo in quest'ultima equazione i valori numerici ($x_B - x_A = 12$ m, $\Delta P_{AB} = 263$ kN) e sostituendo a ΔP_{BX} l'espressione ricavata sopra, si perviene al valore cercato:

$$x \cong 13,53 \text{ m}$$

da cui si deducono i valori degli sforzi di precompressione conseguenti al rientro degli ancoraggi:

$$\Delta P_{BX} = 40 \frac{13,53 - 12}{5,50} \cong 11 \text{ kN}$$

$$P_X = P_B - \Delta P_{BX} = 7734 - 11 = 7723 \text{ kN}$$

$$P_A^- = P_A - 2 \cdot (\Delta P_{AB} + \Delta P_{BX}) = 7997 - 2 \cdot (263 + 11) = 7449 \text{ kN}$$

$$P_B^- = P_B - 2 \cdot \Delta P_{BX} = 7734 - 2 \cdot 11 = 7712 \text{ kN}$$

In tutte le sezioni comprese tra le sezioni X e X₁ (fig. A6.27), incluso naturalmente la sezione di mezzeria, non si registra nessuna perdita di precompressione per effetto del rientro dei dispositivi di ancoraggio.

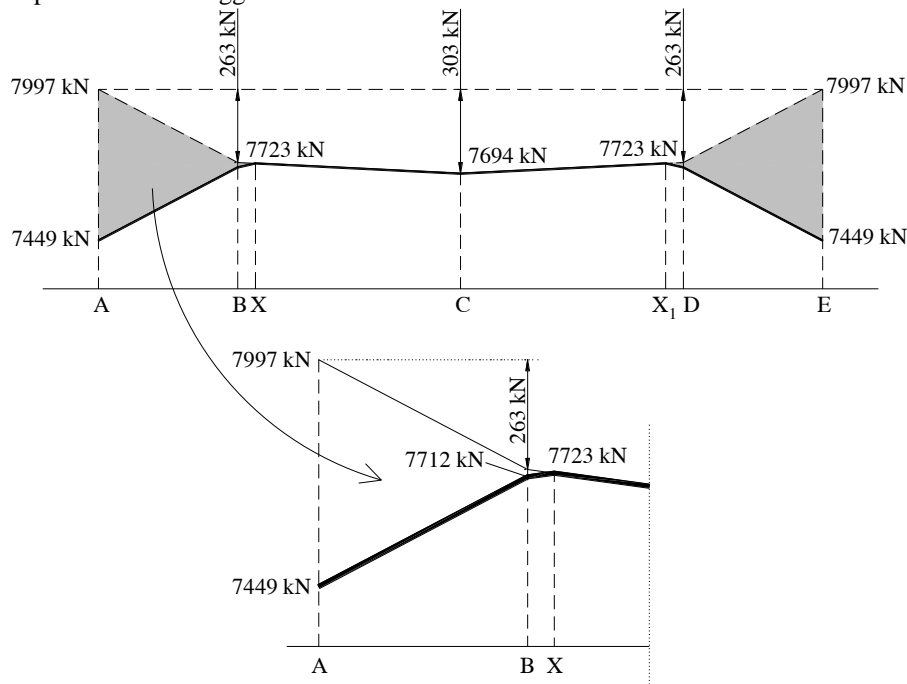


Figura A6.27 Andamento dello sforzo di precompressione, scontate le perdite per attrito e per rientro dei dispositivi di ancoraggio.

Perdita per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo (ΔP_{el})

Dall'esempio 6.4 si ricava:

$$\Delta P_{el} = 288.681 \text{ N} \cong 289 \text{ kN}$$

che corrisponde al 3,6 % della forza di precompressione iniziale ($P_{\max} = 7997$ kN).

Perdita istantanea totale nella sezione di mezzeria

La riduzione complessiva dello sforzo di precompressione nella sezione di mezzeria a causa delle perdite immediate è pari a

$$\Delta P_i = \Delta P_\mu + \Delta P_{sl} + \Delta P_{el} = 303 + 0 + 289 = 592 \text{ kN}$$

pari al 7,4 % della forza massima iniziale al martinetto ($P_{\max} = 7997$ kN).

A seguito delle perdite immediate, la forza di precompressione nella sezione di mezzeria risulta pertanto pari a

$$P_i = 7997 - 592 = 7405 \text{ kN}$$

ad essa corrisponde la seguente tensione nei cavi

$$\sigma_{pi} = \frac{P_i}{A_{p,tot}} = \frac{7405000}{5880} = 1259 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{pm0} = 1360 \text{ N/mm}^2.$$

Calcolo delle perdite differite (o cadute di tensione)

Perdita per ritiro del calcestruzzo (ΔP_{rit})

Dall'esempio 6.12 la perdita complessiva per ritiro da essiccamento e per ritiro autogeno vale:

$$\Delta \sigma_p \cong 75 \text{ N/mm}^2$$

e ad essa corrisponde una riduzione dello sforzo di precompressione totale pari a

$$\Delta P_{rit} = \Delta \sigma_p \cdot A_{p,tot} = 75 \cdot 5880 = 441000 \text{ N} = 441 \text{ kN} (\cong 5,5 \% \text{ dello sforzo iniziale}).$$

Perdita per viscosità del calcestruzzo (ΔP_{visc})

Si verifica preliminarmente che nella sezione C di mezzeria la tensione di compressione nel calcestruzzo prodotta dallo sforzo di precompressione e dai carichi quasi-permanenti G_{QP} sia inferiore a $0,45 f_{ck}$ (vedi § 6.4.3); si ha:

$$G_{QP} = 30,50 \text{ kNm (dato di progetto)}$$

$$M_{QP} = G_{QP} L^2 / 8 = 30,50 \cdot 35^2 / 8 = 4670 \text{ kNm}$$

- Tensione prodotta dai carichi quasi permanenti (positiva se di compressione)

$$\sigma_{c,sup} = \frac{M_{GQP}}{I_c} \cdot z_{sup} = \frac{4,67 \cdot 10^9}{3,5727 \cdot 10^{11}} \cdot 741 = 9,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,inf} = -\frac{M_{GQP}}{I'_c} \cdot z_{inf} = -\frac{4,67 \cdot 10^9}{3,5727 \cdot 10^{11}} \cdot 1059 = -13,8 \text{ N/mm}^2 \text{ (trazione)}$$

$$\sigma_{c,cavi} = -\frac{M_{GQP}}{I'_c} \cdot z_{cp} = -\frac{4,67 \cdot 10^9}{3,5727 \cdot 10^{11}} \cdot 859 = -11,2 \text{ N/mm}^2 \text{ (tensione nel calcestruzzo a livello del baricentro dei cavi)}$$

- Tensione prodotta dalla precompressione

$$\sigma_{c,sup} = \frac{P_i}{A_c} - \frac{P_i \cdot z_{cp}}{I_c} \cdot z_{sup} = \frac{7405000}{907641} - \frac{7405000 \cdot 859}{3,5727 \cdot 10^{11}} \cdot 741 = -5 \text{ N/mm}^2 \text{ (trazione)}$$

$$\sigma_{c,\text{inf}} = \frac{P_i}{A_c} + \frac{P_i \cdot z_{cp}}{I_c} \cdot z_{\text{inf}} = \frac{7405000}{907641} + \frac{7405000 \cdot 859}{3,5727 \cdot 10^{11}} \cdot 1059 = 27 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,\text{cavi}} = \frac{P_i}{A_c} + \frac{P_i \cdot z_{cp}^2}{I_c} = \frac{7405000}{907641} + \frac{7405000 \cdot 859^2}{3,5727 \cdot 10^{11}} = 23,5 \text{ N/mm}^2$$

– Tensione totale

$$\sigma_{c,\text{sup}} = 9,7 - 5 = 4,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,\text{inf}} = -13,8 + 27 = 13,2 \text{ N/mm}^2 \leq 0,45 \cdot 35 = 15,75 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,\text{cavi}} = -11,2 + 23,5 = 12,3 \text{ N/mm}^2$$

Per semplicità si è fatto riferimento alla sezione netta, ma in realtà il calcolo è più articolato, perché la sezione resistente varia a seguito dell'iniezione delle guaine dei cavi. Il calcolo rigoroso andrebbe pertanto eseguito in due fasi. Nella prima fase si blocca la deformazione elastica della trave mediante vincoli ausiliari; questi forniscono un sistema di reazioni capaci di annullare la deformazione viscosa del calcestruzzo, che risulta così soggetto ad una distribuzione di tensioni di trazione. Nella seconda fase si eliminano i vincoli ausiliari e si applicano le loro reazioni cambiate di segno alla sezione completa delle armature da precompressione omogeneizzate a calcestruzzo. Per maggiori dettagli si rimanda ai testi specialistici sugli effetti della viscosità nelle strutture in c.a.p.

Si passa quindi al calcolo del coefficiente di viscosità, ricordando che

$$\varphi(\infty, t_0) = \varphi_0 \quad \text{con} \quad \varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

$$\text{dove} \quad \varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} = 1,475 \quad \text{per } f_{cm} \leq 35 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{con} \quad RH = 70 \%, \quad h_0 = \frac{2A}{u} = \frac{2 \cdot 937.800}{7.465} \cong 251 \text{ mm}$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = 2,562 \quad \text{dove } f_{cm} = f_{ck} + 8 = 43 \text{ N/mm}^2$$

La correzione dell'età del calcestruzzo al momento della messa in carico, per tenere conto della classe di cemento (R), si effettua mediante la [(B.9)]:

$$t_a = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha = 14 \cdot \left(\frac{9}{2 + 14^{1,2}} + 1 \right) = 18,9 \geq 0,5$$

dove $\alpha = 1$ per classe di cemento R. Nota t_a si può calcolare $\beta(t_0)$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}} = \frac{1}{0,1 + 18,9^{0,20}} = 0,526$$

e infine il coefficiente di viscosità cercato

$$\varphi_0 = 1,475 \cdot 2,562 \cdot 0,526 = 1,988 \cong 2$$

La conseguente riduzione di sforzo di pretensione sarà data da

$$\Delta P_{\text{visc}} = A_{p,\text{tot}} \cdot \left(\varphi_0 \cdot \sigma_{QP} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}} \right) = 5880 \cdot \left(2 \cdot 12,3 \cdot \frac{195000}{34000} \right) = 829599 \text{ N} \cong 830 \text{ kN}$$

alla quale corrisponde una tensione di 141 N/mm^2 ($= 10,4 \% \sigma_{p,\text{max}}$).

Perdita per rilassamento (ΔP_r)

Il rapporto tra la tensione a perdite immediate avvenute¹³ e la resistenza a rottura dell'acciaio vale

$$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk} = 1259 / 1860 = 0,677$$

pertanto la perdita per rilassamento, con i parametri k_1 , k_2 e ρ_{1000} della classe 2 (trefoli a basso rilassamento), è pari a:

$$\Delta \sigma_{pr} = 1259 \cdot 0,66 \cdot 2,5 \cdot e^{9,1 \cdot 0,677} \cdot \left(\frac{500000}{1000} \right)^{0,75 \cdot (1-0,677)} \cdot 10^{-5} \cong 44 \text{ N/mm}^2$$

a cui corrisponde la seguente perdita dello sforzo totale di precompressione

$$\Delta P_{pr} = \Delta \sigma_{pr} \cdot A_{p,\text{tot}} = 44 \cdot 5880 = 258720 \text{ N} \cong 259 \text{ kN}$$

Perdita differita totale

Sommando le perdite per ritiro e viscosità del calcestruzzo con quella per rilassamento dell'acciaio, si otterrebbe una perdita differita totale pari a

$$\Delta \sigma_{p,s+c+r} = 75 + 141 + 44 \cong 260 \text{ N/mm}^2 (= 19 \% \sigma_{p,\text{max}})$$

a cui corrisponde la seguente riduzione dello sforzo totale di precompressione

$$\Delta P_{s+c+r} = \Delta \sigma_{p,s+c+r} \cdot A_{p,\text{tot}} = 260 \cdot 5880 = 1528800 \text{ N} \cong 1529 \text{ kN}$$

Utilizzando l'espressione [(5.46)] (vedi § 6.10.7), che fornisce una stima più accurata della perdita differita totale, si ha

$$\begin{aligned} \Delta P_{s+c+r} &= A_{p,\text{tot}} \Delta \sigma_{p,s+c+r} = A_{p,\text{tot}} \cdot \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \cdot \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,Qp}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_{p,\text{tot}}}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2 \right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]} = \\ &= 5880 \cdot \frac{75 + 0,8 \cdot 44 + 141}{1 + \frac{195000}{34000} \cdot \frac{5880}{907641} \left(1 + \frac{907641}{3,5727 \cdot 10^{11}} \cdot 859^2 \right) [1 + 0,8 \cdot 2]} = 5880 \cdot 196,6 = \\ &\cong 1156000 \text{ N} = 1156 \text{ kN} \end{aligned}$$

che è pari al 75,6 % della semplice somma algebrica delle perdite a tempo infinito.

¹³ A perdite immediate avvenute lo sforzo di precompressione è variabile lungo l'asse della trave, ma per valutare la perdita per rilassamento si considera una tensione costante pari a quella in mezzzeria. Si noti che per cavi simmetrici tesati da una sola estremità lo sforzo P in mezzzeria è circa pari allo sforzo medio (cfr. fig. A6.6).

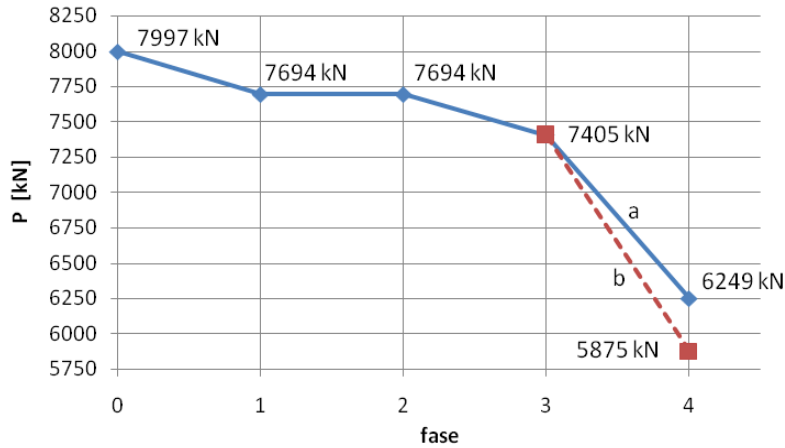


Figura A6.28 Andamento dello sforzo di precompressione nella sezione di mezzzeria a seguito delle perdite immediate e differite: (0) alla messa in tensione, (1) dopo la perdita per attrito, (2) dopo il rientro degli ancoraggi, (3) dopo la perdita per deformazione elastica istantanea del calcestruzzo (effetto mutuo), (4) dopo le perdite differite: a – formula [(5.46)], b – somma algebrica).

Perdita di precompressione totale

A tempo infinito la forza di precompressione è pertanto pari a:

$$P = P_0 - (\Delta P_\mu + \Delta P_{el}) - \Delta P_{c+s+r} = 7997 - (303 + 289) - 1156 = 6249 \text{ kN} \quad (< P_{es} = 7526 \text{ kN})$$

ossia si è ridotta di circa il 22 % rispetto a quella massima iniziale al martinetto (ramo a in fig. A6.28). Se si utilizzasse la somma algebrica delle perdite differite, si otterrebbe invece (ramo b in fig. A6.28):

$$P = P_0 - (\Delta P_\mu + \Delta P_{el}) - (\Delta P_c + \Delta P_s + \Delta P_r) = 5875 \text{ kN}$$

con una riduzione del 26,5% rispetto a P_0 .

6.21 Esempio 6.21. Determinazione del tipo di rottura di una sezione rettangolare precompressa (legame costitutivo elastico-perfettamente plastico per l'acciaio da precompressione).

Si determini il tipo di rottura della sezione rettangolare precompressa mostrata nella figura A6.29 utilizzando la definizione di ω^*_p al variare della percentuale meccanica di armatura, conoscendo i seguenti dati: (calcestruzzo) $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$, (acciaio da precompressione) $f_{pk} = 1860 \text{ N/mm}^2$, $f_{p0,1k} = 1600 \text{ N/mm}^2$, $f_{pd} = 1391 \text{ N/mm}^2$, $E_p = 195000 \text{ N/mm}^2$.

Si ipotizza che la deformazione nell'acciaio da precompressione a perdite avvenute sia dell'ordine del 5 ‰¹⁴

¹⁴ Nell'acciaio da precompressione è già presente in esercizio una deformazione dell'ordine del 5 ‰; questo valore si ottiene a partire dalla deformazione associata al tiro iniziale ($\varepsilon_{p0} = 0,85 f_{p0,1k} / E_p \cong 7 \text{ ‰}$), riducendola di circa il 30 % per tenere conto delle perdite istantanee e differite.

$$\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1} \cong 5 \text{ ‰}$$

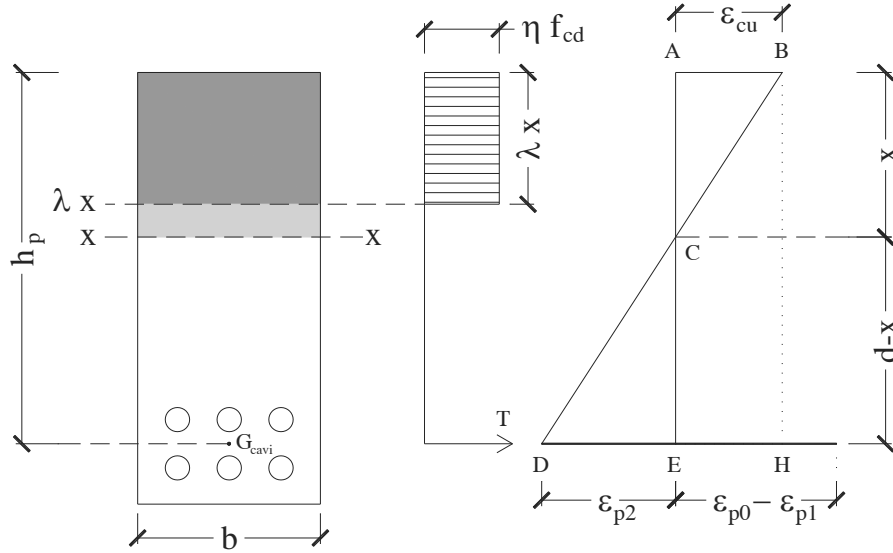


Figura A6.29 Diagramma tensioni e deformazioni a rottura di una sezione rettangolare precompressa.

pertanto il valore $\varepsilon_{p2,el}$ della deformazione ε_{p2} prodotta dai carichi esterni che insieme a quella iniziale ($\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}$) porta l'acciaio da precompressione alla deformazione limite elastica vale

$$\varepsilon_{p2,el} = f_{pd}/E_p - 0,005 = 1391/195000 - 0,005 = 0,00213 = 2,13 \text{ ‰}$$

Nell'ipotesi che l'acciaio sia snervato l'equazione di equilibrio alla traslazione assume la seguente forma

$$\omega_p = \frac{\lambda x}{h_p}$$

inoltre per congruenza (similitudine dei triangoli ABC e BDH nella figura A6.30) la posizione dell'asse neutro è espressa come

$$x = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p2}} h_p$$

combinando le due equazioni si ottiene

$$\omega_p = \lambda \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p2}}$$

Sostituendo infine a ε_{p2} il valore $\varepsilon_{p2,el} = 2,13 \text{ ‰}$, si ottiene il valore del rapporto meccanico di armatura ω_p per cui le armature da precompressione sono al limite di elasticità

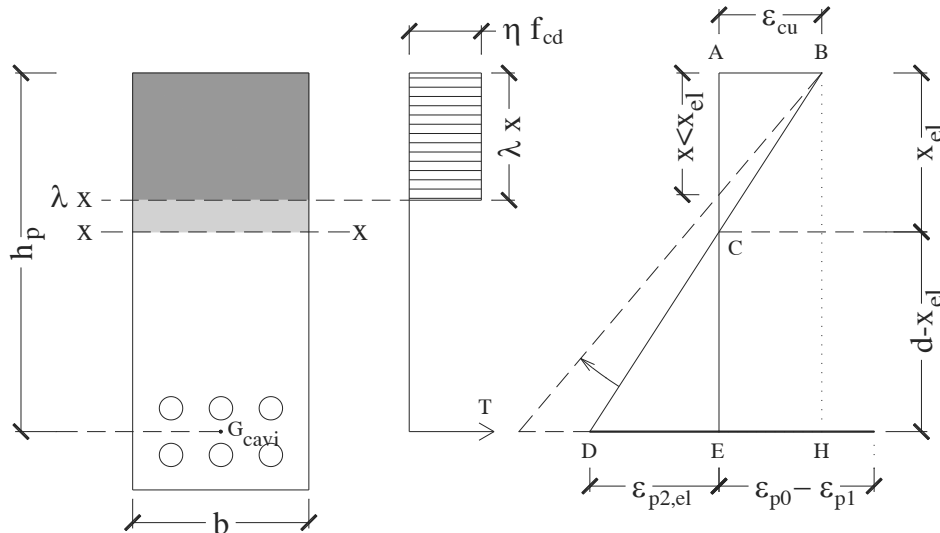


Figura A6.30 Posizione x_{el} dell'asse neutro corrispondente alla deformazione limite elastica dell'acciaio da precompressione e posizione x dell'asse neutro per $\omega_p < \omega_{p,el}$.

$$\omega_{p,el} = 0,8 \frac{3,5}{3,5 + 2,13} = 0,497$$

dove si è posto $\lambda = 0,8$, essendo $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$.

Dall'equazione di equilibrio si ha che per $\omega_p < \omega_{p,el}$ risulta anche $x < x_{el}$, dove x_{el} è la posizione dell'asse neutro corrispondente alla deformazione al limite di elasticità dell'acciaio; ne discende che per $\omega_p < \omega_{p,el}$ la deformazione nell'acciaio è maggiore di quella limite elastica e di conseguenza l'acciaio è in campo plastico (fig. A6.30).

Se si ripete il calcolo per un calcestruzzo di classe C55/67, risulta

$$\varepsilon_{cu} = 3,2 \text{ ‰}$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50) / 400 = 0,7875$$

e il rapporto meccanico di armatura corrispondente al limite di elasticità delle armature da precompressione assume il seguente valore

$$\omega_{p,el} = \frac{\lambda \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{p2} + \varepsilon_{cu}} = \frac{0,7875 \cdot 3,2}{2,13 + 3,2} \cong 0,472.$$

Il prospetto A6.11 riporta per quattro diversi tipi di acciaio da precompressione ed al variare della classe di resistenza del calcestruzzo, il valore massimo del rapporto meccanico di armatura al di sotto del quale il collasso avviene con l'acciaio in campo plastico. I valori del prospetto A6.11 sono stati calcolati assumendo una deformazione iniziale ($\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1} = 3 \text{ ‰}$)

per gli acciai tipo 1 e 2 (acciai per barre laminate) e pari al 5 ‰ per gli acciai tipo 3 e 4 (acciai per trefoli).

Prospetto A6.11 Valori massimi del rapporto meccanico di armatura per i quali al collasso l'armatura da precompressione è in campo plastico ($\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1} = 3\text{‰}$ per barre – acciai tipo 1 e 2, $\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1} = 5\text{‰}$ per trefoli – acciai tipo 3 e 4, trascurando il contributo dell'armatura ordinaria).

Acciaio	f_{pk} (N/mm ²)	$f_{p0,1k}^{(1)}$ (N/mm ²)	E_p (N/mm ²)	f_{ck} (N/mm ²)					
				≤ 50	55	60	70	80	90
1	1030	835	205.000	0,693	0,673	0,656	0,628	0,607	0,586
2	1230	1080	205.000	0,551	0,527	0,508	0,479	0,463	0,447
3	1770	1520	195.000	0,530	0,506	0,487	0,459	0,443	0,428
4	1860	1600	195.000	0,497	0,472	0,453	0,426	0,411	0,397

⁽¹⁾ Valori ripresi da cataloghi di alcuni produttori e pertanto diversi da quelli del prospetto 6.2 del volume, dove $f_{p0,1k} = 0,9 f_{pk}$.

6.22 Esempio 6.22. Calcolo del momento resistente di una sezione a T precompressa (legame costitutivo dell'acciaio elastico-perfettamente plastico).

Calcolare il momento resistente della sezione di mezzeria della trave dell'esempio 6.20. Per l'acciaio da precompressione si assuma il legame costitutivo elastico – perfettamente plastico (senza limitazione superiore per le deformazioni).

Acciaio da precompressione

Resistenza di progetto dell'acciaio da precompressione [p.to 3.3.6 (6)]:

$$f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s} = \frac{1600}{1,15} = 1391 \text{ N/mm}^2$$

deformazione al limite di elasticità di progetto:

$$\varepsilon_{pd} = \frac{f_{pd}}{E_p} = \frac{1391}{195.000} = 7,13 \text{ ‰}$$

Si assume il diagramma elastico – perfettamente plastico (ramo 2 della figura 6.33 del volume).

Armatura ordinaria

Si trascura la presenza di barre di armatura ordinaria.

¹⁵ Si utilizza il valore medio dello sforzo di precompressione, come indicato al p.to [5.10.8(1)], con $\gamma_p=1,0$ secondo il p.to [2.4.2.2(1)].

Risultante trazioni nei trefoli

$$T = A_{p,tot} \cdot f_{pd} = 5880 \cdot 1391 = 8.179.080 \text{ N} \cong 8.179 \text{ kN}$$

Risulta $C < T$, pertanto la profondità dell'asse neutro è maggiore dello spessore della soletta, ossia l'asse neutro taglia l'anima della sezione a T.

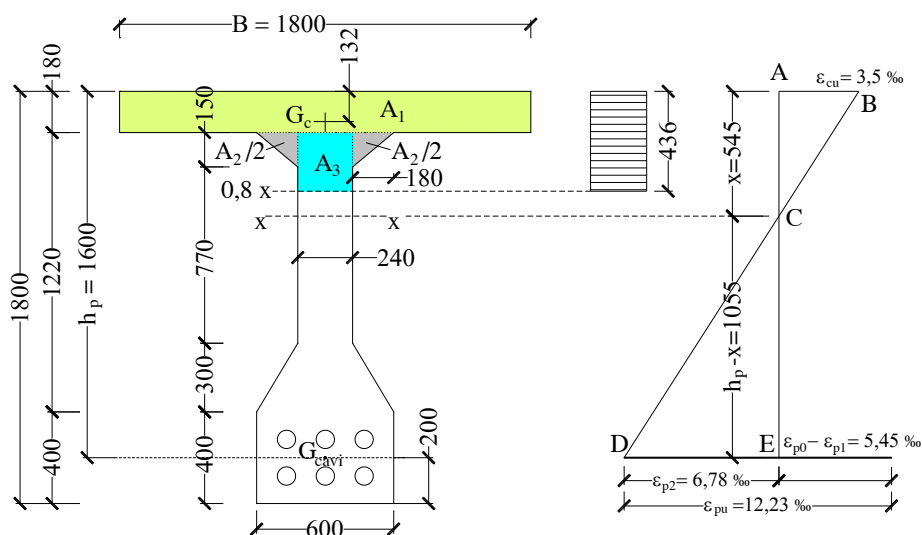


Figura A6.32 Posizione dell'asse neutro a rottura.

Si ipotizza ora che sia $x \geq 1,25 \cdot (180 + 150) = 412,5 \text{ mm}$ ossia che il diagramma “*stress-block*” tagli l'anima al di sotto dei raccordi tra anima e piattabanda; si ha (fig. A6.32)

$$\begin{aligned} C &= f_{cd} \cdot [A_1 + A_2 + A_3] = \\ &= \frac{0,85 \cdot 35}{1,5} \cdot \left[(1800 \cdot 180) + 2 \cdot \frac{180 \cdot 150}{2} + 240 \cdot (0,8 \cdot x - 180) \right] = \\ &= (6104700 + 3808 \cdot x) \text{ N} \end{aligned}$$

e dall'equilibrio $C = T$ si ottiene il seguente valore di x

$$(6104700 + 3808 \cdot x) = 8179080 \rightarrow x \cong 545 \text{ mm} > 1,25 \cdot (180 + 150) = 412,5 \text{ mm}$$

pertanto l'ipotesi che lo “*stress-block*” tagli l'anima al di sotto dei raccordi tra anima e piattabanda risulta soddisfatta.

Occorre ora verificare se l'acciaio è in campo plastico, come ipotizzato, oppure in campo elastico. A questo scopo è sufficiente determinare la deformazione ε_{p2} (sfruttando la similitudine dei triangoli ABC e CDE della figura A6.32) e la deformazione totale ε_{pu}

$$\varepsilon_{p2} = \varepsilon_{cu} \cdot (h_p - x) / x = 3,5 \cdot 1055 / 545 = 6,78 \text{ ‰}$$

la deformazione ultima dell'acciaio è pertanto pari a

$$\varepsilon_{pu} = (\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}) + \varepsilon_{p2} = 5,45 + 6,78 = 12,23 \text{ ‰} \gg \varepsilon_{pd}$$

ossia l'acciaio è in campo plastico.

Utilizzo del prospetto A6.11 per individuare il tipo di rottura

Prima di passare al calcolo del momento resistente ultimo, si mostra come mediante il prospetto A6.11 si possa individuare in modo rapido il tipo di rottura (acciaio elastico oppure plastico a rottura), nota la percentuale meccanica di armatura. Risulta:

$$\omega_p = \frac{f_{pd} \cdot A_{p,tot}}{\eta f_{cd} \cdot b_{an} \cdot h_p} = \frac{1391 \cdot 5880}{1,0 \cdot 19,83 \cdot 240 \cdot 1600} = 1,074$$

e

$$\omega_p^* = \omega_p - \frac{A^+}{b_n \cdot h_p} = 1,074 - \frac{180 \cdot 150 + (1800 - 240) \cdot 180}{240 \cdot 1600} = 0,272 \leq 0,497$$

essendo ω_p^* inferiore a 0,497 (valore massimo perché l'acciaio sia in campo plastico; da prospetto A6.11 per acciaio tipo 4 e $f_{ck} \leq 50$ N/mm²) la rottura avviene con l'acciaio in campo plastico.

Si può inoltre determinare il quantitativo teorico massimo $A_{p,tot,max}$ di armatura da precompressione per cui l'acciaio è in campo plastico. Posto $\omega_p^* = \omega_{p,el}^* = 0,497$, invertendo l'espressione di ω_p^* si ottiene

$$\begin{aligned} A_{p,tot,max} &= \frac{\eta f_{cd} \cdot b_{an} \cdot h_p}{f_{pd}} \cdot \left(\omega_p^* + \frac{A^+}{b_n \cdot h_p} \right) = \\ &= \frac{1,0 \cdot 19,83 \cdot 240 \cdot 1600}{1391} \cdot \left(0,497 + \frac{180 \cdot 150 + (1800 - 240) \cdot 180}{240 \cdot 1600} \right) \cong 7109 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Questo risultato fornisce una stima approssimata di $A_{p,tot,max}$, perché il valore limite $\omega_{p,el}^* = 0,497$ vale per $\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1} = 5$ ‰, mentre nel presente caso si ha $\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1} = 5,45$ ‰.

Ripetendo il calcolo per $\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1} = 5,45$ ‰ si ha:

$$\varepsilon_{p2,el} = f_{pd}/E_p - (\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}) = 1391/195000 - 0,00545 = 0,00168 = 1,68 \text{ ‰}$$

$$\omega_{p,el}^* = 0,8 \cdot 3,5 / (1,68 + 3,5) = 0,54$$

$$\begin{aligned} A_{p,tot,max} &= \frac{\eta f_{cd} \cdot b_{an} \cdot h_p}{f_{pd}} \cdot \left(\omega_p^* + \frac{A^+}{b_n \cdot h_p} \right) = \\ &= \frac{1,0 \cdot 19,83 \cdot 240 \cdot 1600}{1391} \cdot \left(0,54 + \frac{180 \cdot 150 + (1800 - 240) \cdot 180}{240 \cdot 1600} \right) \cong 7344 \text{ mm}^2 \end{aligned} \quad 16$$

Calcolo del momento resistente ultimo

La distanza del baricentro delle compressioni dal lembo compresso risulta pari a 132 mm¹⁷ ed il momento resistente ultimo assume il seguente valore:

$$M_{Rd} = T \cdot (1600 - 132) = 8.179.080 \cdot 1468 = 12.006.889.440 \text{ Nmm} \cong 12.007 \text{ kNm}$$

¹⁶ L'utilizzo dell'espressione di ω_p^* , valida per $x \geq 1,25 (s + h_r)$, risulta corretto anche nel calcolo di $A_{p,tot,max}$. Infatti nell'ipotesi che a rottura l'acciaio rimanga in campo plastico anche se si adotta un'area pari a $A_{p,tot,max}$ ed essendo $A_{p,tot,max} \geq A_{p,tot}$, dall'equilibrio alla traslazione si ricava $x_{max} \geq x \geq 1,25(s + h_r)$, dove x_{max} è la distanza dell'asse neutro nella sezione armata con $A_{p,tot,max}$.

¹⁷ Si omette per brevità il calcolo del baricentro G_c dell'area $A_1 + A_2 + A_3$ della figura A6.32.

6.23 Esempio 6.23. Calcolo del momento resistente di una sezione a T precompressa (legame costitutivo dell'acciaio elastico-incrudente).

Calcolare il momento resistente della sezione di mezzeria della trave dell'esempio 6.22 assumendo per l'acciaio da precompressione il diagramma elastico-incrudente.

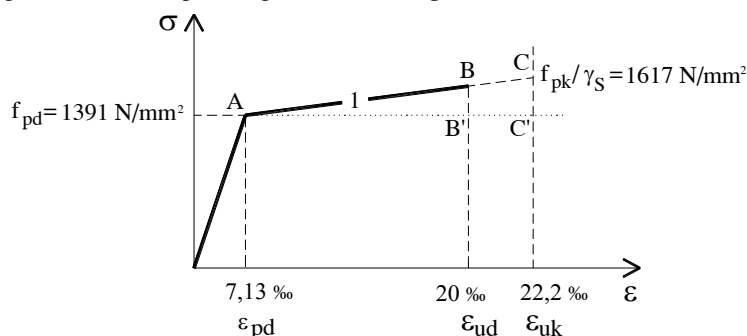


Figura A6.33 Diagramma elastico – incrudente per l'acciaio da precompressione.

Legame costitutivo elastico-incrudente dell'acciaio da precompressione

Dalla similitudine dei triangoli ABB' e ACC' nella figura A6.33, si ha

$$\frac{BB'}{AB'} = \frac{CC'}{AC'}$$

$$\frac{f_B - f_{pd}}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{pd}} = \frac{f_C - f_{pd}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{pd}} \rightarrow f_B = f_{pd} + (f_C - f_{pd}) \frac{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{pd}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{pd}}$$

e sostituendo i valori numerici nell'espressione di f_B si ottiene:

$$f_B = 1391 + (1617 - 1391) \cdot (20 - 7,13) / (22,2 - 7,13) = 1584 \text{ N/mm}^2$$

avendo anche sfruttato la relazione ¹⁸

$$\varepsilon_{uk} = \varepsilon_{ud} / 0,9 = 20 \text{ ‰} / 0,9 = 22,2 \text{ ‰}$$

Calcolo di $\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}$

$$\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1} = \frac{P_m}{A_{p,tot} \cdot E_p} = \frac{6249000}{5880 \cdot 195000} = 5,45 \text{ ‰}$$

come già visto nell'esempio precedente.

Deformazione limite ultima dell'acciaio da precompressione

La deformazione limite ultima ε_{p2} dei trefoli si ottiene sottraendo alla deformazione ultima ε_{ud} di progetto la deformazione ($\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}$) presente nell'acciaio da precompressione dopo il

¹⁸ Il valore $\varepsilon_{ud} = 20 \text{ ‰}$ è raccomandato dall'EC2 nella Nota al p.to [3.3.6(7)] quando non sono noti valori più accurati; EC2 suggerisce inoltre di assumere $\varepsilon_{ud} = 0,9 \varepsilon_{uk}$.

trasferimento della precompressione al calcestruzzo, tenuto conto di tutte le perdite istantanee e differite:

$$\varepsilon_{p2} = \varepsilon_{ud} - (\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}) = 20 - 5,45 = 14,55 \text{ ‰}$$

Individuazione del tipo di rottura

Per determinare il tipo di rottura, si suppone inizialmente che i materiali attingano contemporaneamente le loro deformazioni ultime; sotto questa ipotesi i diagrammi delle deformazioni e delle tensioni a rottura sono quelli mostrati nella figura A6.34.

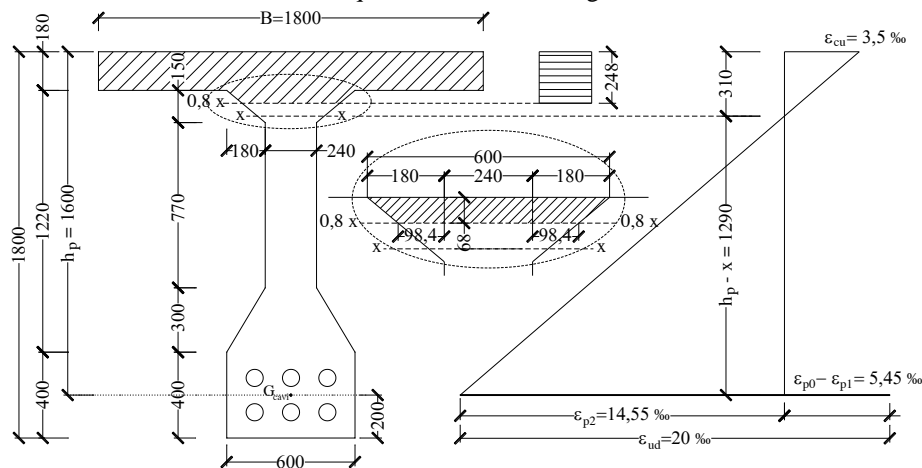


Figura A6.34 Posizione dell'asse neutro a rottura per raggiungimento contemporaneo delle deformazioni ultime nel calcestruzzo e nell'acciaio da precompressione.

Per $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ ed $\varepsilon_p = \varepsilon_{p2}$ la distanza dell'asse neutro dal lembo superiore è pari a

$$x = h_p \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p2}} = 1600 \cdot \frac{3,5}{3,5 + 14,55} \cong 310 \text{ mm}$$

L'altezza del diagramma "stress-block" è quindi $x' = 0,8 x = 248 \text{ mm}$.

La forza di trazione nei trefoli è pari a

$$T = A_{p,tot} \cdot f_B = 5880 \cdot 1584 = 9313920 \text{ N} \cong 9314 \text{ kN}$$

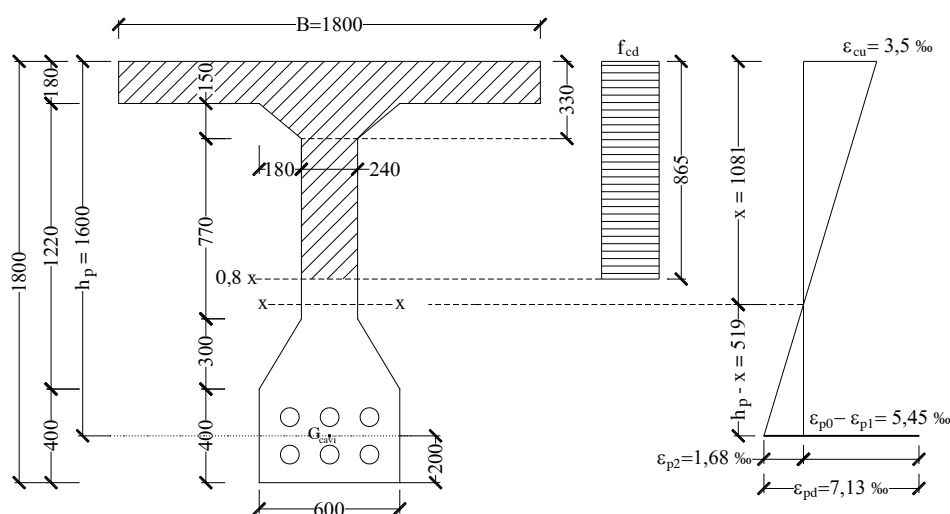
Mentre la risultante delle compressioni nel calcestruzzo assume il seguente valore (vedi dettaglio nella figura A6.34)

$$C = 19,83 \cdot \{1800 \cdot 180 + [600 + (240 + 2 \cdot 98,4)] \cdot 68/2\} = 7.123.951 \text{ N} \cong 7.124 \text{ kN}$$

che è inferiore a T , cosicché l'equilibrio alla traslazione non risulta soddisfatto.

Essendo il modulo della risultante delle trazioni superiore a quello della risultante delle compressioni, la rottura avviene per raggiungimento della deformazione ultima del calcestruzzo, prima che l'acciaio abbia attinto la sua deformazione ultima.

A questo scopo si determina la posizione dell'asse neutro corrispondente al raggiungimento delle deformazioni ε_{cu} nel calcestruzzo all'estradosso e della deformazione ε_{p2} , che sommata a ($\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}$) dà la deformazione al limite di elasticità ε_{pd} nei trefoli. Sotto questa ipotesi i diagrammi delle deformazioni e delle tensioni a rottura sono quelli mostrati nella figura A6.35.

$$\varepsilon_{p2} = \varepsilon_{pd} - (\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}) = 7,13 - 5,45 = 1,68 \text{ ‰}$$


la profondità x dell'asse neutro risulta pari a

$$x_{el} = h_p \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p2}} = 1600 \cdot \frac{3,5}{3,5 + 1,68} = 1081 \text{ mm}$$

$$x' = 0,8 \, x_{el} \cong 865 \text{ mm}$$
$$C = 19,83 \cdot [1800 \cdot 180 + (600 + 240) \cdot 150/2 + 240 \cdot (865 - 330)] = 10.220.382 \text{ N} = 10.220 \text{ kN}$$
$$T = A_{p,tot} \cdot f_{pd} = 5880 \cdot 1391 = 8179080 \text{ N} \cong 8179 \text{ kN}$$

Essendo $C > T$, la posizione dell'asse neutro è minore di x_{el} e l'acciaio da precompressione è in campo plastico.

Posizione dell'asse neutro

Si ricerca la posizione dell'asse neutro nell'intervallo $310 \text{ mm} \leq x \leq 1081 \text{ mm}$, dove gli estremi dell'intervallo corrispondono alle posizioni assunte dall'asse neutro per deformazione dell'acciaio pari, rispettivamente, a quella ultima ed a quella al limite di elasticità.

La deformazione totale nelle armature da precompressione vale (fig. A6.36)

$$\varepsilon_{pu} = \varepsilon_{p2} + (\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}) = \varepsilon_{p2} + 5,45 \text{ ‰}$$

dove ε_{p2} può essere espressa in funzione della profondità x dell'asse neutro (fig. A6.37)

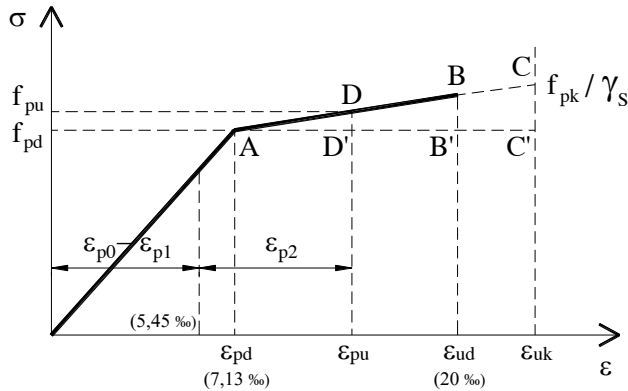


Figura A6.36 Diagramma σ - ε con indicazione della deformazione ε_{pu} e della tensione associata f_p .

$$\varepsilon_{p2} = \frac{h_p - x}{x} 3,5 \text{ ‰}$$

La tensione f_p associata alla deformazione ε_{pu} si ricava dalla similitudine dei triangoli ADD' e ABB' nella figura A6.36

$$\frac{DD'}{AD'} = \frac{BB'}{AB'} \rightarrow \frac{f_{pu} - f_{pd}}{\varepsilon_{pu} - \varepsilon_{pd}} = \frac{f_B - f_{pd}}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{pd}}$$

da cui

$$f_{pu} = f_{pd} + \frac{\varepsilon_{pu} - \varepsilon_{pd}}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{pd}} (f_B - f_{pd}) = 1391 + \frac{(\varepsilon_{p2} + 5,45 \text{ ‰}) - 7,13 \text{ ‰}}{20 \text{ ‰} - 7,13 \text{ ‰}} (1584 - 1391)$$

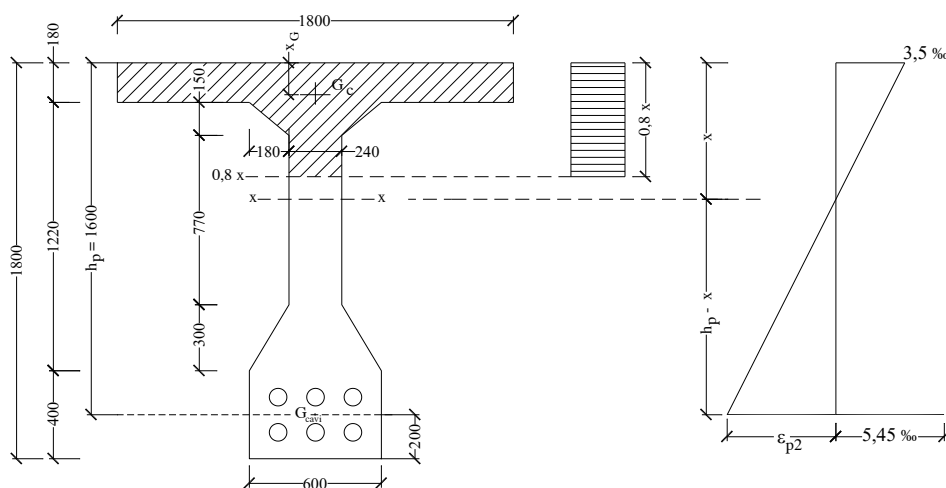


Figura A6.37 Posizione dell'asse neutro a rottura per raggiungimento della deformazione ultima nel calcestruzzo.

Inserendo nell'espressione di f_{pu} , quella che esprime ε_{p2} in funzione di x [$\varepsilon_{p2} = (h_p - x) \cdot 0,0035/x$], anche la risultante delle trazioni risulta espressa in funzione di x [$T(x) = A_{p,tot} \cdot f_{pu}(x)$]; si omette per brevità l'espressione completa di $T(x)$.

Nell'ipotesi che sia $x \geq 1,25 \cdot 330 = 412,5$ mm ossia che il diagramma dello “*stress-block*” si estenda al di sotto dei raccordi tra anima e soletta, l'espressione della risultante delle compressioni nel calcestruzzo è invece la seguente:

$$C = f_{cd} \cdot [1800 \cdot 180 + (600 + 240) \cdot 150/2 + 240 \cdot (0,8x - 330)]$$

Uguagliando le espressioni di T e C , si ricava l'equazione per il calcolo di x , che risolta per tentativi fornisce:

$$x \cong 631 \text{ mm} > 412,5 \text{ mm}$$

risulta peraltro confermata l'ipotesi fatta sopra ($x \geq 412,5$ mm) nello scrivere l'espressione di C .

Sostituendo il valore calcolato di x nell'espressione di C o di T , si ottiene infine il loro valore comune

$$T = C \cong 8505 \text{ kN}$$

La deformazione ε_{p2} nell'acciaio da precompressione risulta pari a:

$$\varepsilon_{p2} = \frac{(h_p - x)}{x} 3,5\text{‰} = \frac{(1600 - 631)}{631} 3,5\text{‰} = 5,37\text{‰}$$

e la deformazione totale vale

$$\varepsilon_{pu} = \varepsilon_{p2} + (\varepsilon_{p0} - \varepsilon_{p1}) = 5,37\text{‰} + 5,45\text{‰} = 10,82\text{‰}$$

Calcolo del momento resistente ultimo

Indicata con x_G la distanza della risultante C delle compressioni dal lembo compresso, risulta $x_G = 145$ mm e il momento resistente ultimo assume il seguente valore

$$M_{Rdu} = T \cdot (h_p - x_G) = 8.505.000 \cdot (1600 - 145) = 12.374.775.000 \text{ Nmm} \cong 12.375 \text{ kNm}$$

Osservazione. La differenza rispetto al valore ottenuto utilizzando il legame costitutivo elastico – perfettamente plastico (vedi esempio 6.22) è pari a poco più del 3 %.

6.24 Esempio 6.24. Calcolo delle lunghezze di trasmissione, di diffusione e di ancoraggio di armature pre-tese

Si calcoli la lunghezza di trasmissione dello sforzo di precompressione per la trave dell'esempio 6.19, nell'ipotesi di rilascio improvviso delle armature ed in condizioni di buona aderenza.

Materiali

Calcestruzzo di classe C50/60, confezionato con cemento di classe R

$$f_{ck} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 37000 \text{ N/mm}^2$$

Acciaio per armature ordinarie B450C

$$f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

Luce della trave L

20,00 m

Carichi

Peso proprio trave

$$G_{k1} = 4,60 \text{ kN/m}$$

Sovraccarico permanente

$$G_{k2} = 5,20 \text{ kN/m}$$

Carico variabile (neve)

$$Q_{k1} = 7,20 \text{ kN/m}$$

$$q_{Ed} = 1,3 \cdot (4,60 + 5,20) + 1,5 \cdot 7,20 = 23,54 \text{ kN/m}$$

$$R_{Ed} = q_{Ed} \cdot L / 2 = 235,4 \text{ kN (reazione all'appoggio)}$$

Di seguito si calcolano nell'ordine:

- la resistenza di aderenza,
- la lunghezza di trasmissione,
- la lunghezza di diffusione,
- la lunghezza di ancoraggio allo SLU.

Resistenza di aderenza al trasferimento della precompressione

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \eta_1 f_{ctd}(t) \text{ (resistenza di aderenza)} \quad [(8.15)]$$

con

$\eta_{p1} = 3,2$ per trefoli a 3 e 7 fili,

$\eta_1 = 1,0$ in condizioni di buona aderenza,

$f_{ctd}(t) = \alpha_{ct} 0,7 f_{ctm}(t) / \gamma_c$, valore della resistenza a trazione di progetto all'istante del rilascio, dove

$$f_{ctm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^\alpha \cdot f_{ctm}$$

$\alpha = 1$ per $t < 28$ giorni,

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\} = \exp \left\{ 0,20 \left[1 - \left(\frac{28}{2,32} \right)^{1/2} \right] \right\} \cong 0,61 \quad [(3.2)]$$

essendo

$s = 0,20$ per cemento di classe R

$t = 2,32$ giorni (dall'esempio 6.16)

$f_{ctm} = 4,1$ N/mm² dal [prospetto 3.1] per un calcestruzzo C50/60

si ottiene

$$f_{ctm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^{\alpha} \cdot f_{ctm} = 0,61 \cdot 4,1 = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctd}(t) = \alpha_{ct} \cdot 0,7 f_{ctm}(t) / \gamma_C = 1 \cdot 0,7 \cdot 2,5 / 1,5 \cong 1,17 \text{ N/mm}^2 \text{ [p.to 3.1.6 (2)P]}$$

e quindi

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \eta_1 f_{ctd}(t) = 3,2 \cdot 1,0 \cdot 1,17 = 3,74 \text{ N/mm}^2$$

Lunghezza di trasmissione

Il valore di base della lunghezza di trasmissione, l_{pt} , è pari a

$$l_{pt} = \alpha_1 \alpha_2 \phi \sigma_{pm0} / f_{bpt} \quad [(8.16)]$$

dove nel presente caso i coefficienti assumono i seguenti valori:

$\alpha_1 = 1,25$ (essendo il rilascio improvviso),

$\alpha_2 = 0,19$ trattandosi di trefoli a 7 fili,

$\phi = 15$ mm,

$$\sigma_{pm0} = \frac{P_{m0}}{A_p} = \frac{176048}{140} = 1257 \text{ N/mm}^2 \quad (P_{m0} = P_4 \text{ dell'esempio 6.19}).$$

Si ottiene infine

$$l_{pt} = \alpha_1 \alpha_2 \phi \sigma_{pm0} / f_{bpt} = 1,25 \cdot 0,19 \cdot 15 \cdot 1257 / 3,74 = 1197 \text{ mm}.$$

Il valore di progetto della lunghezza di trasmissione è pari al più sfavorevole dei seguenti valori:

$$l_{pt1} = 0,8 \cdot l_{pt} = 958 \text{ mm}$$

$$l_{pt2} = 1,2 \cdot l_{pt} = 1436 \text{ mm}$$

dove il primo valore si utilizza, come già richiamato sopra, per le verifiche locali al rilascio (migliori condizioni di aderenza) ed il secondo per le verifiche agli SLU (peggiori condizioni di aderenza).

Lunghezza di diffusione

$$l_{disp} = \sqrt{l_{pt}^2 + d^2} = \sqrt{1197^2 + (1000 - 148,75)^2} = 1469 \text{ mm}$$

il calcolo di l_{disp} è stato eseguito con riferimento al baricentro dei trefoli, che dista 148,75 mm dal lembo inferiore (vedi fig. A6.23).

Resistenza di aderenza allo SLU

La resistenza di aderenza allo SLU è pari a

$$f_{bpd} = \eta_{p2} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd} = 1,2 \cdot 1,0 \cdot 1,93 = 2,316 \text{ N/mm}^2 \quad [(8.20)]$$

dove nel presente caso

$\eta_{p2} = 1,2$ per trefoli a 7 fili;

$\eta_1 = 1,0$ per condizioni di “buona” aderenza;

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0,05} / \gamma_C = 1 \cdot 2,9 / 1,5 = 1,93 \text{ N/mm}^2 \quad [(3.16)]$$

($f_{ctk,0,05} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ dal [prospetto 3.1] per calcestruzzo C50/60)

Lunghezza di ancoraggio allo SLU

La lunghezza totale di ancoraggio per un trefolo con tensione σ_{pd} è pari a

$$l_{bpd} = l_{pt2} + \alpha_2 \cdot \phi \cdot (\sigma_{pd} - \sigma_{pm\infty}) / f_{bpd}$$

dove:

$l_{pt2} = 1436 \text{ mm}$, $\alpha_2 = 0,19$ per trefoli a 7 fili,

σ_{pd} è la tensione nel trefolo corrispondente alla forza calcolata per una sezione fessurata, incluso l'effetto del taglio in accordo al p.to [6.2.3 (7)],

$\sigma_{pm\infty} = P / A_p = 152388 / 140 = 1088 \text{ N/mm}^2$ (dove $P = 152388 \text{ N}$ è il valore dello sforzo di precompressione a tempo infinito calcolato alla fine dell'esempio 6.19).

Le sollecitazioni nella sezione posta alla fine della lunghezza di trasmissione l_{pt2} valgono:

$$V_{Ed} = R_{Ed} - q_{Ed} \cdot l_{pt2} = 235,4 - 23,54 \cdot 1,436 = 201,6 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = R_{Ed} \cdot l_{pt2} - q_{Ed} \cdot l_{pt2}^2 / 2 = 235,4 \cdot 1,436 - 23,54 \cdot 1,436^2 / 2 = 313,76 \text{ kNm}$$

e la tensione nel calcestruzzo all'intradosso risulta di compressione e pari a

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{P_{tot}}{A_c} + \frac{P_{tot} \cdot z_{cp}}{I_c} \cdot z_{inf} - \frac{M_{Ed}}{I_c} \cdot z_{inf} = \\ &= \frac{1219104}{184000} + \frac{1219104 \cdot 351,25}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 500 - \frac{313,76 \cdot 10^6}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 500 = 9,02 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

dove $P_{tot} = 8 P$;

ripetendo il calcolo anche in altre sezioni poste a distanza inferiore a l_{pt2} dalla sezione di estremità, si trova che la tensione nel calcestruzzo non è mai superiore a $f_{ctk,0,05}$, pertanto non è necessaria la verifica dell'ancoraggio [p.to 8.10.2.3 (1)].

6.25 Esempio 6.25. Verifica allo SLU per taglio di una trave ad armatura pre-tesa.

Si calcoli il taglio resistente ultimo della sezione della trave ad armature pre-tese dell'esempio 6.19.

Osservazione. Per semplicità, nel calcolo dei tagli sollecitanti si trascura il tratto di lunghezza c compreso tra la sezione di estremità e l'asse dell'appoggio (fig. A6.38); inoltre tutte le tensioni normali sono calcolate in via approssimata con riferimento alla sezione geometrica.

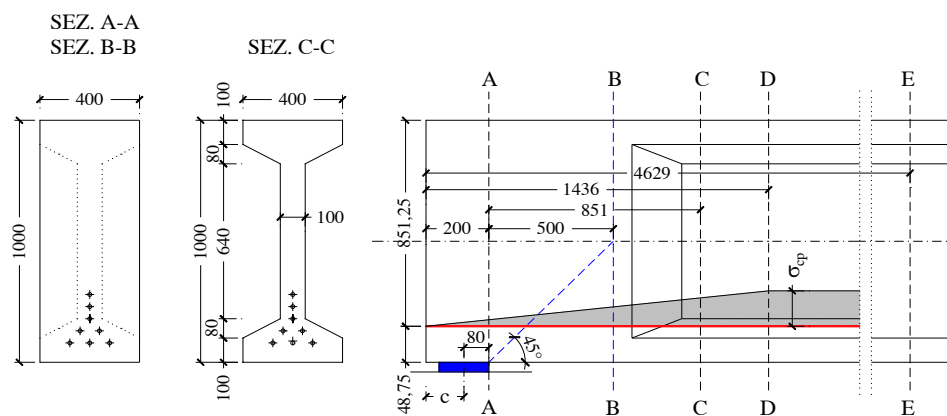


Figura A6.38 Sezioni trasversali e sezione longitudinale dell'appoggio.

Il calcolo viene eseguito a lungo termine, perché generalmente quello a breve termine è meno oneroso. Secondo quanto indicato al p.to [6.2.1 (8)], per elementi soggetti prevalentemente a carichi uniformemente distribuiti, lo sforzo di taglio di progetto non deve essere verificato ad una distanza minore di d dalla faccia dell'appoggio. Inoltre il p.to [6.2.2 (3)] precisa che la verifica della resistenza a taglio nelle zone non fessurate a flessione non è richiesta nelle sezioni poste ad una distanza dall'appoggio minore di quella del punto di intersezione tra l'asse baricentrico e la linea inclinata a 45° uscente dal bordo interno dell'appoggio.

Occorre tuttavia verificare che il taglio in corrispondenza dell'appoggio non superi $V_{Rd,max}$, ossia la resistenza a taglio-compressione.

Si verifica pertanto che sul filo interno dell'appoggio (sez. A-A) risulti $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$ e si procede inoltre alla verifica a taglio nelle seguenti sezioni (fig. A6.38):

- sez. B posta all'intersezione dell'asse baricentrico con la linea inclinata a 45° uscente dal bordo interno dell'appoggio,
- sez. C posta alla distanza d dalla sez. A,
- sez. D posta alla fine della zona di trasmissione,
- sez. E dove il calcestruzzo al lembo inferiore attinge la resistenza a trazione.

I carichi agenti sono i seguenti (vedi esempio 6.19):

Peso proprio trave $G_{k1} = 4,60 \text{ kN/m}$

Carico permanente portato $G_{k2} = 5,20 \text{ kN/m}$

Carico variabile (neve) $Q_{k1} = 7,20 \text{ kN/m}$

Il carico distribuito allo SLU vale

$$q_{Ed} = 1,3 \cdot (4,60 + 5,20) + 1,5 \cdot 7,20 = 23,54 \text{ kN/m}$$

Verifica nella sezione A sul filo interno dell'appoggio

La sezione A è rettangolare di dimensioni $400 \times 1000 \text{ mm}$. Il taglio sul filo interno dell'appoggio non deve superare $V_{Rd,max}$ [p.to 6.2.1 (8)], che rappresenta il valore di progetto

del massimo sforzo di taglio che può essere sopportato dall'elemento, limitato dalla rottura delle bielle compresse di calcestruzzo. Il valore di $V_{Rd,max}$ è dato dalla [(6.5)]¹⁹

$$V_{Rd,max} = 0,5 b_w d v f_{cd}$$

dove

$$b_w = 400 \text{ mm}$$

$$d = 1000 - 148,75 \cong 851 \text{ mm}$$

$v = 0,5$ perché l'espressione utilizzata dalle NTC 2018 per la resistenza a trazione del calcestruzzo fessurato d'anima, $f_{cd} = 0,5 \cdot f_{cd}$, equivale a porre $v = 0,5$

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = 28,33 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{risulta } V_{Rd,max} = 2.410.883 \cong 2411 \text{ kN} \gg V_{Ed} = 235,4 \text{ kN}$$

Verifica nella sezione B

La sez. B è rettangolare di dimensioni 400 x 1000 mm.

Taglio sollecitante

$$d = 1000 - 148,75 \cong 851 \text{ mm}$$

$$q_{Ed} = 23,54 \text{ kN/m}$$

$$V_{Ed} = q_{Ed} \cdot [L/2 - (0,50 + 0,08)] = 23,54 \cdot (10,00 - 0,58) \cong 221,75 \text{ kN}$$

Tensione normale a livello dell'asse neutro

Dall'esempio 6.19 risulta che, a perdite immediate e differite avvenute, lo sforzo in ogni trefole è pari a

$$P = 152.388 \text{ N}$$

e quello totale

$$P_{tot} = 8 P = 1.219.104 \text{ N}$$

mentre dall'esempio 6.24 si ricava la seguente lunghezza di trasmissione

$$l_{pt2} = 1436 \text{ mm} \cong 1,44 \text{ m}$$

Nella sezione B lo sforzo totale di precompressione trasmesso al calcestruzzo è pari a:

$$\alpha_1 P_{tot} = [(0,20 + 0,50) / 1,44] \cdot 1.219.104 = 592620 \text{ N}$$

dove 0,20 m è la distanza della sez. A dalla sezione di testa e 0,50 m è la distanza della sez. B dalla sez. A.

La tensione normale sull'asse neutro vale

$$\alpha_1 \sigma_{cp} = (\alpha_1 P_{tot}) / A_c = 592620 / (1000 \cdot 400) \cong 1,48 \text{ N/mm}^2$$

Tensione di compressione all'intradosso dovuta allo sforzo di precompressione

Lo sforzo di precompressione induce all'intradosso della sez. B la seguente tensione di compressione:

$$\sigma_{cp,inf} = \frac{P_{tot}}{A_c} + \frac{P_{tot} \cdot z_{cp}}{I_c} \cdot z_{inf} = \frac{592620}{1000 \cdot 400} + \frac{592620 \cdot 351,25}{\frac{400 \cdot 1000^3}{12}} \cdot 500 = 4,6 \text{ N/mm}^2$$

¹⁹ L'espressione [(6.5)] dell'EC2 coincide a meno del coefficiente α_{cw} con l'espressione [(6.9)], laddove si ponga in quest'ultima $\theta = 45^\circ$.

Tensione di trazione all'intradosso dovuta al carico esterno

Il momento flettente dovuto al carico ultimo q_{Ed} è pari a

$$M_{Ed} = \frac{q_u \cdot L}{2} \cdot 0,50 - \frac{q_u \cdot 0,50^2}{2} = 235,4 \cdot 0,50 - \frac{23,54 \cdot 0,50^2}{2} = 114,76 \text{ kNm}$$

e la tensione di trazione da esso indotta all'intradosso vale

$$\sigma_{cq,inf} = \frac{M_{Ed}}{I} z_{inf} = \frac{114,76 \cdot 10^6}{\frac{400 \cdot 1000^3}{12}} \cdot 500 = 1,7 \text{ N/mm}^2$$

Tensione normale totale all'intradosso

La tensione totale indotta all'intradosso dalla precompressione e dal carico ultimo è di compressione e vale

$$\sigma_{c,inf} = \sigma_{cp,inf} - \sigma_{cq,inf} = 4,6 - 1,7 = 2,9 \text{ N/mm}^2$$

pertanto la sezione B non è fessurata a flessione.

Resistenza a taglio

La resistenza viene valutata con la formula [(6.4)]

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_l \sigma_{cp} f_{ctd}} \cong 0,7 b_w d \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_l \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

nel presente caso si ha

$$V_{Rd,c} = (0,7 \cdot 851) \cdot 400 \cdot \sqrt{1,93^2 + 1,48 \cdot 1,93} = 611.284 \text{ N} \cong 611 \text{ kN} > V_{Ed} = 221,75 \text{ kN}$$

dove si è assunto

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_C} = 1,0 \frac{2,9}{1,5} = 1,93 \text{ N/mm}^2$$

Verifica nella sezione C posta a distanza d dalla sez. A

La sezione C ha:

un profilo ad I di area $A_c = 184.000 \text{ mm}^2$

e momento di inerzia $I_c = 2,3887 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$.

Taglio sollecitante

$$d = 1000 - 148,75 \cong 851 \text{ mm}$$

$$q_{Ed} = 23,54 \text{ kN/m}$$

$$V_{Ed} = q_{Ed} \cdot [L/2 - (d+0,08)] = 23,54 \cdot [10,00 - (0,851+0,08)] \cong 213,5 \text{ kN}$$

Tensione normale a livello dell'asse neutro

Lo sforzo totale di precompressione trasmesso al calcestruzzo è pari a

$$\alpha_l P_{tot} = [(0,20+0,851) / 1,44] \cdot 1.219.104 = 889.777 \text{ N}$$

dove 0,20 m è la distanza della sez. A dalla sezione di estremità e 0,851 m è la distanza delle sez. C dalla sez. A.

La tensione normale sull'asse neutro vale:

$$\alpha_l \sigma_{cp} = (\alpha_l P_{tot}) / A_c = 889.777 / 184000 \cong 4,83 \text{ N/mm}^2$$

Tensione di compressione all'intradosso dovuta allo sforzo di precompressione

Lo sforzo di precompressione induce all'intradosso della sez. C la seguente tensione di compressione

$$\sigma_{cp,inf} = \frac{P_{tot}}{A_c} + \frac{P_{tot} \cdot z_{cp}}{I_c} \cdot \frac{h}{2} = \frac{889777}{184000} + \frac{889777 \cdot 351,25}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 500 = 11,4 \text{ N/mm}^2$$

Tensione di trazione all'intradosso dovuta al carico esterno

Il momento flettente dovuto al carico ultimo q_{Ed} è pari a

$$M_{Ed} = \frac{q_u \cdot L}{2} \cdot d - \frac{q_u \cdot d^2}{2} = 235,4 \cdot 0,851 - \frac{23,54 \cdot 0,851^2}{2} = 191,8 \text{ kNm}$$

e la tensione di trazione da esso indotta all'intradosso vale

$$\sigma_{cq,inf} = \frac{M_{Ed}}{I} z_{inf} = \frac{191,8 \cdot 10^6}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 500 = 4 \text{ N/mm}^2$$

Tensione normale totale all'intradosso

La tensione totale indotta all'intradosso dalla precompressione e dal carico ultimo è di compressione e vale

$$\sigma_{c,inf} = \sigma_{cp,inf} - \sigma_{cq,inf} = 11,4 - 4 = 7,4 \text{ N/mm}^2$$

pertanto la sezione C non è fessurata a flessione.

Resistenza a taglio

La resistenza viene valutata con la formula [(6.4)]:

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}} \cong 0,7 b_w d \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

nel presente caso

$$V_{Rd,c} = (0,7 \cdot 851) \cdot 100 \cdot \sqrt{1,93^2 + 4,83 \cdot 1,93} = 215.169 \text{ N} \cong 215 \text{ kN} > V_{Ed} = 213,5 \text{ kN}$$

dove

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = 1,0 \frac{2,9}{1,5} = 1,93 \text{ N/mm}^2$$

Verifica nella sezione D posta alla fine della zona di trasmissione

La sezione D ha un profilo ad I

di area $A_c = 184.000 \text{ mm}^2$

e momento di inerzia $I_c = 2,3887 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$.

Per brevità si riporta solo il risultato della verifica, che si svolge come per la sezione C, perché la sezione non risulta fessurata a flessione. Il taglio resistente risulta pari a 242 kN ed è superiore a quello sollecitante di circa 203 kN.

Verifica nella sezione E dove il calcestruzzo attinge la sua resistenza a trazione**Calcolo della distanza x della sezione E dall'asse dell'appoggio**

La posizione della sez. E si ricava uguagliando la tensione totale prodotta all'intradosso dallo sforzo di precompressione e dal carico esterno alla resistenza a trazione del calcestruzzo; risulta $x_E \cong 4629 \text{ mm}$, infatti all'intradosso si ha

- tensione di compressione all'intradosso dovuta a P_{tot}

$$\sigma_{cp,\text{inf}} = \frac{P_{\text{tot}}}{A_c} + \frac{P_{\text{tot}} \cdot z_{cp}}{I_c} \cdot z_{\text{inf}} = \frac{1.219.104}{184000} + \frac{1.219.104 \cdot 351,25}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 500 = 15,6 \text{ N/mm}^2$$

(compressione)

- momento flettente prodotto dal carico esterno

$$M_{Ed} = \frac{q_u \cdot L}{2} \cdot x_E - \frac{q_u \cdot x_E^2}{2} = 235,4 \cdot 4,629 - \frac{23,54 \cdot 4,629^2}{2} = 837 \text{ kN}$$

- tensione di trazione all'intradosso dovuta a M_{Ed}

$$\sigma_{cq,\text{inf}} = \frac{M_{Ed}}{I} z_{\text{inf}} = \frac{837 \cdot 10^6}{2,3887 \cdot 10^{10}} \cdot 500 = 17,52 \text{ N/mm}^2 \text{ (trazione)}$$

- tensione totale all'intradosso (di trazione):

$$\sigma_{c,\text{inf}} = \sigma_{cp,\text{inf}} - \sigma_{cq,\text{inf}} = 15,6 - 17,52 = -1,92 \text{ N/mm}^2$$

Taglio sollecitante

$$V_{Ed} = 235,40 - 23,54 \cdot 4,629 \cong 126 \text{ kN}$$

Resistenza a taglio

Si calcola la resistenza a taglio in assenza di armature con la [(6.2)]

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w d \geq (v_{\min} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w d \quad [(6.2.a-b)]$$

dove

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1,485 \leq 2$$

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w d) = 1120 / (100 \cdot 851) = 0,013 \leq 0,02$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{\text{tot}}}{A_c} = \frac{1.219.104}{184000} = 6,62 \text{ N/mm}^2$$

$$v_{Rd,c} = 0,12 \cdot 1,485 (100 \cdot 0,013 \cdot 50)^{1/3} + 0,15 \cdot 6,62 = 1,71 \text{ N/mm}^2$$

$$v_{Rd,c,\min} = 0,035 \cdot k^{1,5} \cdot f_{ck}^{0,5} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} = 0,035 \cdot 1,485^{1,5} \cdot 50^{0,5} + 0,15 \cdot 6,62 = 1,44 \text{ N/mm}^2$$

$$V_{Rd,c} = v_{Rd,c} \cdot b_w \cdot d = 1,71 \cdot 100 \cdot 851 = 145.521 \text{ N} \cong 145 \text{ kN}$$

essendo $V_{Rd,c} > V_{Ed}$ non occorre progettare l'armatura a taglio.

Armature trasversali

In tutte le sezioni è sufficiente disporre un'armatura minima secondo le formule [(9.4), (9.5N), (9.6N)].