

Esempi svolti relativi al capitolo 11

Stati limite di esercizio

<u> </u> Flessione – Verifiche tensionali.....	A11.3
11.1 Esempio 11.1 – Sezione rettangolare	A11.3
11.2 Esempio 11.2 – Sezione rettangolare	A11.4
11.3 Esempio 11.3 – Sezione rettangolare	A11.5
11.4 Esempio 11.4 – Sezione a T.....	A11.6
11.5 Esempio 11.5 - Sezione a T	A11.7
<u> </u> Pressoflessione.....	A11.9
11.6 Esempio 11.6 – Sezione rettangolare	A11.9
11.7 Esempio 11.7 – Sezione rettangolare	A11.10
11.8 Esempio 11.8 – Sezione rettangolare	A11.11
11.9 Esempio 11.9 – Sezione rettangolare	A11.13
<u> </u> Applicazioni progettuali.....	A11.16
11.10 Progetto di una trave portante sovrastrutture fragili	A11.16
<u> </u> 11.10.1 Calcolo dell'inflessione prodotta dal ritiro	A11.22
11.11 Esempio di calcolo dell'armatura di pelle nelle travi alte	A11.25
11.12 Fessurazione di un muro soggetto a ritiro – Progetto delle armature.	A11.27
11.13 Altre verifiche a SLE.....	A11.28

A11.2

STATI LIMITE DI ESERCIZIO – ESEMPI SVOLTI

Negli esempi che vengono presentati e che riguardano sezioni inflesse o pressoinflesse le cui armature sono determinate con il calcolo allo SLU, il rapporto fra il carico di esercizio nella combinazione caratteristica e nella combinazione di SLU è assunto pari a 0,70. Tale valore è ormai consolidato in letteratura. Vedasi a tale proposito (CEB 127-1995). Invece nel caso di combinazione quasi permanente il rapporto con la combinazione di SLU non è definibile in modo univoco. Il valore varia infatti a seconda dei casi fra 0,40 e 0,55.

In tutti gli esempi l'acciaio è del tipo B450C con $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$ e $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$.

Flessione – Verifiche tensionali

11.1 Esempio 11.1 – Sezione rettangolare

Calcolo delle tensioni nel calcestruzzo e nelle armature nella combinazione caratteristica.

Sezione rettangolare: $b = 300 \text{ mm}$, $d = 500 \text{ mm}$, dotata di sola armatura tesa $A_s = 1886 \text{ mm}^2$ (6 ϕ 20 mm) (figura A11.1).

Calcestruzzo: C30/37; $f_{cd} = 17 \text{ N/mm}^2$; $\alpha_e = 15$.

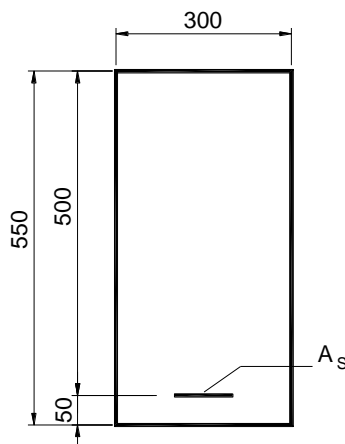


Figura A11.1 Flessione: esempio 11.1.1, sezione rettangolare.

Momento sollecitante allo SLU: 320 kNm.

Momento sollecitante a SLE, combinazione caratteristica: $M = 320 \cdot 0,7 = 224 \text{ kNm}$.

Il momento ridotto a SLE vale con la (11.3)

$$\mu_{SLE} = \frac{224 \cdot 10^6}{300 \cdot 500^2 \cdot 17} = 0,1757$$

Dai dati esposti risulta:

$$\rho = \frac{1886}{300 \cdot 500} = \frac{1,26}{100}$$

Dalla tabella E1 relativa a $\rho' = 0$ e $\alpha_e = 15$, si ricava interpolando:

$$\frac{\xi}{i} = 5,190 ; \quad \frac{1-\xi}{i} = 6,244$$

da cui risulta, applicando le (11.1) e (11.2):

$$\sigma_c = \mu \cdot \frac{\xi}{i} \cdot f_{cd} = 0,1757 \cdot 5,19 \cdot 17 = 15,50 \frac{N}{mm^2} < 18 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_s = \mu \cdot \frac{1-\xi}{i} \cdot \alpha_s \cdot f_{cd} = 0,1757 \cdot 6,244 \cdot 17 \cdot 15 = 280 \frac{N}{mm^2} < 360 \frac{N}{mm^2}$$

Le tensioni sono pertanto ammissibili. La conclusione poteva essere ottenuta direttamente dal Prospetto 11.1, essendo $\rho = \frac{1,26}{100} < \frac{1,60}{100}$.

11.2 Esempio 11.2 – Sezione rettangolare

Si richiama l'esempio 3 del paragrafo 7.6.3.3, trattato per lo stato limite ultimo, e si calcolano le tensioni nel calcestruzzo e nell'armatura indotte dal momento di esercizio nella combinazione caratteristica.

Sezione rettangolare: $b = 300$ mm; $h = 550$ mm; $d = 500$ mm (figura A11.2).

Calcestruzzo: C70/85; $f_{cd} = 39,6$ N/mm²; $\alpha_e = 9$.

Sollecitazione allo stato limite ultimo: $M_{Ed} = 500$ kNm.

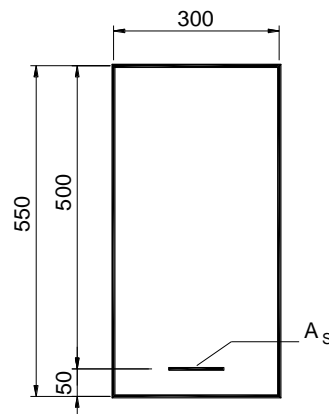


Figura A11.2 Flessione: esempio 11.2, sezione rettangolare.

Le armature richieste allo SLU sono

$$A_s = 2864 \text{ mm}^2; A'_s = 0$$

Il momento di esercizio nella combinazione caratteristica vale

$$M = 500 \cdot 0,7 = 350 \text{ kNm}$$

Il momento ridotto con la (11.3) risulta

$$\mu_{SLE} = \frac{350 \cdot 10^6}{300 \cdot 500^2 \cdot 39,6} = 0,1177$$

$$\rho = \frac{2864}{300 \cdot 500} = \frac{1,91}{100}$$

Dalla tabella E1 relativa a $\rho' = 0$ e $\alpha_e = 9$, si ricava interpolando

$$\frac{\xi}{i} = 5,30; \quad \frac{1-\xi}{i} = 6,80$$

da cui risulta applicando le (11.1) e (11.2)

$$\sigma_c = \mu \cdot \frac{\xi}{i} \cdot f_{cd} = 0,1177 \cdot 5,30 \cdot 39,6 = 24,7 \text{ N/mm}^2 < 42 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = \mu \cdot \frac{1-\xi}{i} \cdot \alpha_e \cdot f_{cd} = 0,1177 \cdot 6,80 \cdot 9 \cdot 39,6 = 285,2 \text{ N/mm}^2 < 360 \text{ N/mm}^2$$

Le tensioni sono pertanto ammissibili.

Per il punto 11.2.4.1 a), la verifica delle tensioni è implicitamente soddisfatta dalla verifica a SLU.

11.3 Esempio 11.3 – Sezione rettangolare

Si richiama l'esempio 7.1.4 (vedi pag. A7.8), trattato per lo stato limite ultimo, e si calcolano le tensioni nel calcestruzzo e nelle armature indotte dal momento di esercizio nella combinazione caratteristica. Classe XD

Sezione rettangolare: $b = 300 \text{ mm}$; $h = 550 \text{ mm}$; $d = 500 \text{ mm}$ (figura A11.3).

Calcestruzzo: C25/30; $f_{cd} = 14,16 \text{ N/mm}^2$; $\alpha_e = 15$.

Sollecitazione allo stato limite ultimo: $M_{Ed} = 450 \text{ kNm}$.

Le armature sono risultate

$$A_s = 2814 + 261 = 3075 \text{ mm}^2, A'_s = 261 \text{ mm}^2$$

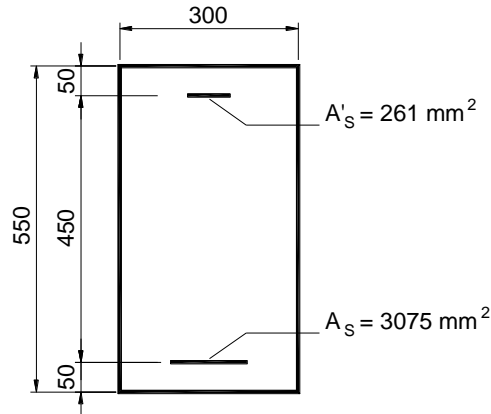


Figura A11.3 Flessione: esempio 11.3, sezione rettangolare.

a cui corrispondono: $\rho = \frac{3075}{500 \cdot 300} = \frac{2,05}{100}$ e $\frac{\rho'}{\rho} = 0,085$.

Il momento ridotto allo stato limite ultimo è $\mu_{SLU} = 0,424$

da cui si ricava il momento di esercizio $\mu_{SLE} = 0,7 \cdot 0,424 = 0,297$

a cui corrisponde $M_{SLE} = 0,297 \cdot 300 \cdot 500^2 \cdot 14,16 = 315 \text{ kNm}$

Essendo $\frac{\rho'}{\rho} = 0,085 \cong 0,1$, dalla tabella E2 (Appendice) relativa a $\frac{\rho'}{\rho} = 0,1$ e $\alpha_e = 15$ si

ottiene, interpolando per $\rho = \frac{2,05}{100}$:

$$\frac{\xi}{i} = 4,218 ; \quad \frac{1-\xi}{i} = 3,905$$

da cui risulta, applicando la (11.1) e la (11.2):

$$\sigma_c = 0,297 \cdot 4,218 \cdot 14,16 = 17,73 \text{ N/mm}^2 > 0,6 \cdot 25 = 15 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = 0,297 \cdot 3,905 \cdot 14,16 \cdot 15 = 246,3 \text{ N/mm}^2 < 360 \text{ N/mm}^2$$

11.4 Esempio 11.4 – Sezione a T

Si richiama l'esempio 7.3.1 (vedi pag. A7.14), trattato allo stato limite ultimo, e si calcolano le tensioni nel calcestruzzo e nell'armatura indotte dal momento di esercizio nella combinazione caratteristica.

Solaio a nervature con interasse 0,50 m.

Considerando due nervature risulta: $h = 280 \text{ mm}$; $d = 250 \text{ mm}$; $h_f = 50 \text{ mm}$; $b_w = 200 \text{ mm}$; $b = 1000 \text{ mm}$ (figura A11.4).

Parametri adimensionali: $w = h_f/d = 0,20$; $n = b/b_w = 5$.

Calcestruzzo: C25/30; $f_{cd} = 14,16 \text{ N/mm}^2$.

Sollecitazione a SLU: $M_{Ed} = 60 \text{ kNm}$.

L'armatura che soddisfa allo stato limite ultimo è risultata $A_s = 636 \text{ mm}^2/\text{m}$, ossia 318 mm^2 per nervatura.

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{636}{1000 \cdot 250} = \frac{0,25}{100}$$

Il momento di esercizio vale $M_{SLE} = 60 \cdot 0,7 = 42 \text{ kNm}$, e quindi per la (11.3)

$$\mu_{SLE} = \frac{42 \cdot 10^6}{1000 \cdot 250^2 \cdot 14,16} = 0,0475$$

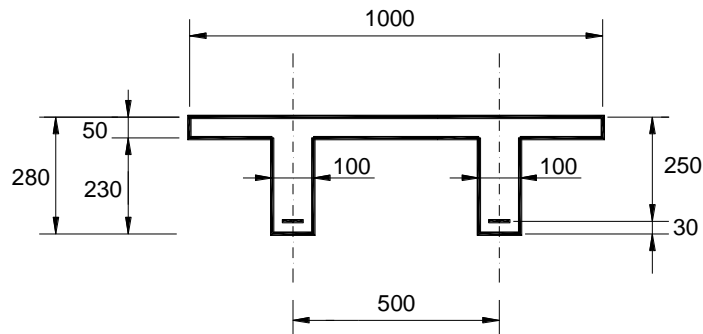


Figura A11.4 Flessione: esempio 11.4, sezione solaio.

Dalla tabella E6 (Appendice) relativa a $w = 0,20$, $n = 5$ e $\alpha_e = 15$, si ricava:

$$\frac{\xi}{i} = 9,19 ; \frac{1 - \xi}{i} = 28,89$$

da cui risulta, applicando la (11.1) e la (11.2)

$$\sigma_c = 0,0475 \cdot 9,19 \cdot 14,16 = 6,18 \text{ N/mm}^2 < 15 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = 0,0475 \cdot 28,89 \cdot 14,16 \cdot 15 = 291 \text{ N/mm}^2 < 360 \text{ N/mm}^2$$

Le tensioni sono pertanto ammissibili.

11.5 Esempio 11.5 - Sezione a T

Si richiama l'esempio 7.3.2 (vedi pag. A7.15), trattato allo stato limite ultimo, e si calcolano le tensioni nel calcestruzzo e nell'armatura indotte dal momento di esercizio, combinazione caratteristica.

Sezione a T avente: $b = 800 \text{ mm}$; $b_w = 200 \text{ mm}$; $h = 850 \text{ mm}$; $d = 800 \text{ mm}$; $h_f = 120 \text{ mm}$ (figura A11.5).

Parametri adimensionali (cfr. fig. 11.4): $n = 4$; $w = 0,15$.

Calcestruzzo: C16/20; $f_{cd} = 9,06 \text{ N/mm}^2$

Il momento sollecitante a SLU risultava: $M_{Ed} = 800 \text{ kNm}$

Armatura richiesta allo stato limite ultimo: $A_s = 2886 \text{ mm}^2$.

$$\rho = \frac{2886}{800 \cdot 800} = \frac{0,45}{100}$$

Il momento di esercizio vale

$$M_{SLE} = 0,7 \cdot 1050 = 735 \text{ kNm}$$

Il momento di esercizio ridotto con la (11.3) vale

$$\mu_{SLE} = \frac{560 \cdot 10^6}{800 \cdot 800^2 \cdot 9} = 0,122$$

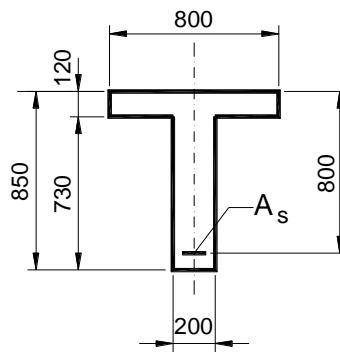


Figura A11.5 Flessione: esempio 11.5, sezione a T.

Dalla tabella E5 (Appendice) relativa a $w = h_f/d = 0,15$, $n = 4$ e $\alpha_e = 15$, per $\rho = 0,45/100$ si ricava interpolando:

$$\frac{\xi}{i} = 8,362 ; \frac{1-\xi}{i} = 16,154$$

da cui risulta, applicando la (11.1) e la (11.2)

$$\sigma_c = 0,122 \cdot 8,362 \cdot 9 = 9,14 \text{ N/mm}^2 < 9,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = 0,122 \cdot 16,154 \cdot 15 \cdot 9,14 = 270 \text{ N/mm}^2 < 360 \text{ N/mm}^2$$

Le tensioni sono pertanto ammissibili.

Pressoflessione

11.6 Esempio 11.6 – Sezione rettangolare

Sezione rettangolare: $b = 400$ mm, $h = 650$ mm; $d = 600$ mm (figura A11.6).

Calcestruzzo: C30/37; $f_{cd} = 17$ N/mm²; $\alpha_e = 15$

Sollecitazione allo stato limite ultimo: $N = -300$ kN, con eccentricità: $e = 1500$ mm rispetto all'armatura tesa.

Il progetto delle armature richiede: $A_s = 1377$ mm²; $A'_s = 0$.

- *Verifica delle tensioni nella combinazione di esercizio caratteristica*

In questo caso: $N = 0,7 \cdot 300 = 210$ kN; $e = 1500$ mm

L'equazione determinatrice di x è la (11.4) che, sviluppata, risulta:

$$\left[400 \cdot \frac{x^3}{3} + 15 \cdot 1377 \cdot (600 - x)^2 \right] / \left[400 \cdot \frac{x^2}{2} - 15 \cdot 1377 \cdot (600 - x) \right] = (1500 - 600 + x)$$

Questa è soddisfatta per $x = 239$ mm, da cui il momento statico:

$$S_x = \frac{400}{2} \cdot 239^2 - 15 \cdot 1377 \cdot (600 - 239) = 3967745 \text{ mm}^3$$

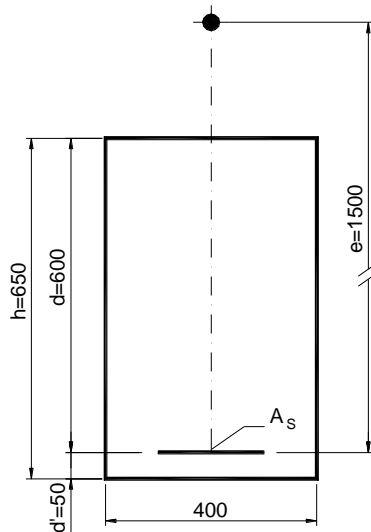


Figura A11.6 Pressoflessione: esempio 11.6, sezione rettangolare.

Le tensioni valgono:

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{S_x} = \frac{210000 \cdot 239}{3967745} = 12,6 \text{ N/mm}^2 < 18 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{\alpha_e \cdot N \cdot (d - x)}{S_x} = \frac{15 \cdot 210000 \cdot (600 - 239)}{3967745} = 286,6 \text{ N/mm}^2 < 360 \text{ N/mm}^2$$

e sono quindi ammissibili.

11.7 Esempio 11.7 – Sezione rettangolare

Sezione rettangolare: $b = 400 \text{ mm}$, $h = 650 \text{ mm}$, $d = 600 \text{ mm}$, $d' = 50 \text{ mm}$ (figura A11.7).

Calcestruzzo: C60/75; $f_{cd} = 34 \text{ N/mm}^2$.

Sollecitazione allo stato limite ultimo: $N = -1900 \text{ kN}$, con eccentricità rispetto alle armature tese: $e = 900 \text{ mm}$.

• *Progetto delle armature allo SLU*

$$M = 1900 \cdot 0,9 = 1710 \text{ kNm}$$

$$\mu = \frac{1710 \cdot 10^6}{400 \cdot 600^2 \cdot 34} = 0,350$$

che richiede (tabella U2) $\omega = 0,4390$; $\omega' = 0,1 \cdot \omega = 0,0439$

$$\nu = \frac{1900000}{400 \cdot 600 \cdot 34} = 0,2328$$

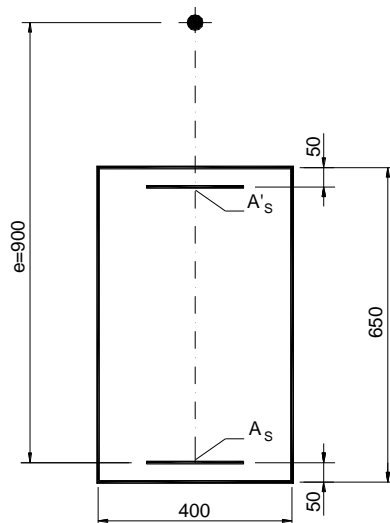


Figura A11.1 Pressoflessione: esempio 11.7, sezione rettangolare.

L'armatura tesa necessaria è data da $\omega - \nu = 0,4390 - 0,2328 = 0,2062$. Risulta quindi:

$$A_s = \frac{0,2062 \cdot 400 \cdot 600 \cdot 34}{391} = 4302 \text{ mm}^2$$

che possono essere realizzati con 7 barre di diametro 28 mm pari a 4305 mm²; quella compressa (da ω') vale 916 mm², soddisfatti con 3 barre 20 mm pari a 942 mm².

• *Verifica delle tensioni in esercizio, combinazione caratteristica*

$$N = 0,7 \cdot 1900 = 1330 \text{ kN}; \alpha_e = 9$$

Con riferimento al punto 11.2.2 l'equazione (11.4) determinatrice di x si scrive:

$$\frac{400 \cdot \frac{x^3}{3} + 9 \cdot 942 \cdot (x - 50)^2 + 9 \cdot 4305 \cdot (600 - x)^2}{400 \cdot \frac{x^2}{2} + 9 \cdot 942 \cdot (x - 50) - 9 \cdot 4305 \cdot (600 - x)} = (900 - 600 + x)$$

Risolvendo, si ottiene: $x = 326 \text{ mm}$ e

$$S_x = \frac{400}{2} \cdot 326^2 + 9 \cdot 942 \cdot (326 - 50) - 9 \cdot 4305 \cdot (600 - 326) = 12978998 \text{ mm}^3$$

Le tensioni risultano:

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{S_x} = \frac{1330000 \cdot 326}{12978998} = 33,4 \text{ N/mm}^2 < 0,6 \cdot 60 = 36 \text{ N/mm}^2 \quad (11.7)$$

$$\sigma_s = \frac{\alpha_e \cdot N \cdot (d - x)}{S_x} = \frac{9 \cdot 1330000 \cdot (600 - 326)}{12978998} = 253 < 360 \text{ N/mm}^2 \quad (11.9)$$

e sono pertanto ammissibili.

11.8 Esempio 11.8 – Sezione rettangolare

Sezione rettangolare: $h = 600 \text{ mm}$; $b = 400 \text{ mm}$; $d' = 60 \text{ mm}$ (figura A11.8).

Armatura simmetrica ai lembi.

Calcestruzzo: C30/37; $f_{cd} = 17 \text{ N/mm}^2$

Sollecitazioni allo stato limite ultimo: $N_{Ed} = -1000 \text{ kN}$; $M_{Ed} = 500 \text{ kNm}$

Risulta: $e^* = 500/1000 = 0,50 \text{ m}$, rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo.

Per il progetto dell'armatura a SLU si fa ricorso al diagramma di interazione con $d' = 0,1d$ valido per $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$ (Tavola U10).

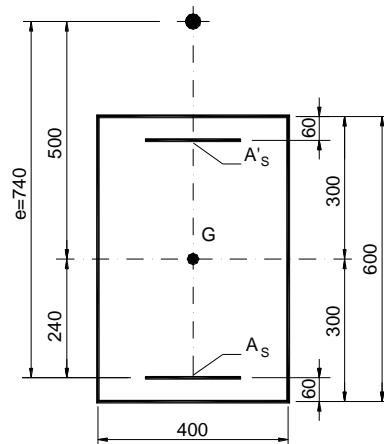


Figura A11.2 Pressoflessione: esempio 11.2.3, sezione rettangolare.

Le sollecitazioni adimensionali sono

$$\nu = \frac{1000000}{400 \cdot 600 \cdot 17} = 0,2451$$

$$\mu = \frac{500 \cdot 10^6}{400 \cdot 600^2 \cdot 17} = 0,2042$$

La tavola fornisce, per i dati sopra riportati, $\omega = 0,30$

L'armatura totale vale: $A_{s,tot} = 0,30 \cdot 400 \cdot 600 \cdot \frac{17}{391} = 3130 \text{ mm}^2$; su ciascun lembo

$A_s = 3130/2 = 1565 \text{ mm}^2$, soddisfatti ad esempio con 5 $\phi 20\text{mm}$ (1570 mm^2).

• *Verifica in esercizio*

Si assume la condizione di esercizio caratteristica espressa dai valori di M e N a SLU ridotti con coefficiente 0,7. Risulta:

$$N_{Ed} = -700 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 350 \text{ kNm}$$

Per la verifica si fa ricorso al diagramma d'interazione E10 relativo alla sezione rettangolare con $d' = 0,1h$ e $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$.

I valori adimensionali delle sollecitazioni sono

$$\nu = \frac{N}{bh f_{ck}} = \frac{700000}{400 \cdot 600 \cdot 30} = 0,0972$$

$$\mu = \frac{M}{bh^2 f_{ck}} = \frac{350 \cdot 10^6}{400 \cdot 600^2 \cdot 30} = 0,0810$$

Riportando sul diagramma d'interazione di esercizio il punto di coordinate ν , μ , questo richiede il rapporto geometrico di armatura $\rho = \frac{1,10}{100}$, ossia $\omega = \frac{1,10}{100} \cdot \frac{391}{17} = 0,253$, minore di quello richiesto dallo SLU. Pertanto la verifica è automaticamente soddisfatta.

Tuttavia si riporta la verifica a SLE con le armature richieste dallo SLU.

Essendo $e^* = \frac{500}{1000} = 0,50$ m rispetto al baricentro della sezione, l'eccentricità rispetto alle armature tese risulta $e = 740$ mm (figura A11.8).

$$e - d = 740 - 540 = 200 \text{ mm}$$

Richiamando la (11.4)

$$I_x = S_x \cdot (200 + x)$$

sostituendo risulta:

$$\begin{aligned} 400 \cdot \frac{x^3}{3} + 15 \cdot 1570 \cdot (x - 60)^2 + 15 \cdot 1570 \cdot (540 - x)^2 = \\ = \left[400 \cdot \frac{x^2}{2} + 15 \cdot 1570 \cdot (x - 60) - 15 \cdot 1570 \cdot (540 - x) \right] \cdot (200 + x) \end{aligned}$$

Risolvendo si ottiene: $x = 256$ mm. Quindi $S_x = 11034800 \text{ mm}^3$

Le tensioni risultano pertanto

$$\sigma_c = \frac{N \cdot x}{S_x} = \frac{700000 \cdot 256}{11034800} = -16,2 \text{ N/mm}^2 < 18 \text{ N/mm}^2 \quad (11.7)$$

$$\sigma_{s,\text{sup}} = \frac{\alpha_e \cdot N \cdot (x - d')}{S_x} = \frac{15 \cdot 700000 \cdot (256 - 60)}{11034800} = -186 \text{ N/mm}^2 \quad (11.8)$$

$$\sigma_{s,\text{inf}} = \frac{\alpha_e \cdot N \cdot (d - x)}{S_x} = \frac{15 \cdot 700000 \cdot (540 - 256)}{11034800} = 270 < 360 \text{ N/mm}^2 \quad (11.9)$$

11.9 Esempio 11.9 – Sezione rettangolare

Sezione rettangolare: $h = 600$ mm; $d = 540$ mm; $d' = 0,1h = 60$ mm; $b = 400$ mm) (figura A11.9).

Armature simmetriche ai lembi

Calcestruzzo C20/25; $f_{cd} = 11,33 \text{ N/mm}^2$

Sollecitazioni allo SLU:

$N_{Ed} = -1400 \text{ kN}$; $M_{Ed} = 500 \text{ kNm}$

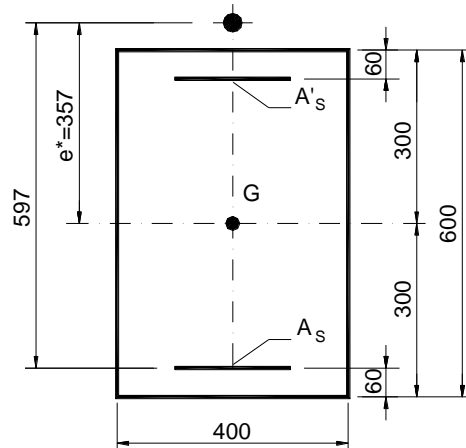


Figura A11.3 Pressoflessione: esempio 11.2.4, sezione rettangolare.

Per il progetto a stato limite ultimo il diagramma di interazione della Tavola U10, con $d' = 0,1h$ valido per $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$, fornisce l'armatura necessaria.

Le sollecitazioni in termini adimensionali sono

$$\nu = \frac{1400000}{400 \cdot 600 \cdot 11,33} = 0,5149$$

$$\mu = \frac{500 \cdot 10^6}{400 \cdot 600^2 \cdot 11,33} = 0,3065$$

Il diagramma d'interazione richiede $\omega = 0,50$, ovvero

$$\rho = \omega \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,5 \frac{11,33}{391} = \frac{1,45}{100}$$

Pertanto l'armatura totale richiesta risulta

$$\frac{1,45}{100} \cdot 600 \cdot 400 = 3480 \text{ mm}^2, \text{ pari a } 1740 \text{ mm}^2 \text{ su ciascun lembo.}$$

- **Verifica in esercizio**

Si assume la condizione di esercizio caratteristica espressa dai valori di M e N moltiplicati per il coefficiente 0,7

$$N_{Ed} = -980 \text{ kN}; M_{Ed} = 350 \text{ kNm}$$

In termini adimensionali

$$\nu = \frac{N}{bh f_{ck}} = \frac{980000}{400 \cdot 600 \cdot 20} = 0,204$$

$$\mu = \frac{M}{bh^2 f_{ck}} = \frac{350 \cdot 10^6}{400 \cdot 600^2 \cdot 20} = 0,1215$$

Si riporta questo punto sul diagramma d'interazione di esercizio relativo a $f_{ck} = 20$ N/mm² (Appendice, E8), determinando il rapporto geometrico corrispondente: $\rho = \frac{2.5}{100}$, maggiore di quello richiesto dalla verifica a SLU.

Pertanto, occorre disporre l'armatura

$$A_s = 0,025 \cdot 400 \cdot 600 = 6000 \text{ mm}^2, \text{ ossia } 3000 \text{ mm}^2 \text{ su ciascun lembo.}$$

In questo caso si propone $6 \phi 26 = 3181 \text{ mm}^2$.

Osservazione: l'esigenza dello stato limite di esercizio prevale su quella dello stato limite ultimo per le classi di esposizione XD, XS, XF.

Verifica analitica

Con i dati sopra riportati risulta

$$e^* = \frac{500}{1400} = 0,357 \text{ m, eccentricità rispetto al baricentro}$$

$$e = 357 + 240 = 597 \text{ mm eccentricità rispetto alle armature tese}$$

$$e - d = 597 - 540 = 57 \text{ mm}$$

L'equazione (11.4) fornisce la soluzione $x = 342 \text{ mm}$; risulta pertanto

$$S_x = 274400860 \text{ mm}^3$$

Le tensioni risultano

$$\sigma_c = \frac{Nx}{S_x} = \frac{980000 \cdot 342}{274400860} = -12,2 \frac{N}{\text{mm}^2} \cong 0,6 f_{ck} = 12 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (11.7)$$

$$\sigma_{s, \text{sup}} = \frac{\alpha_e \cdot N \cdot (x - d')}{S_x} = \frac{15 \cdot 980000 \cdot (342 - 60)}{274400860} = -151 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (11.8)$$

$$\sigma_{s, \text{inf}} = \frac{\alpha_e \cdot N \cdot (d - x)}{S_x} = \frac{15 \cdot 980000 \cdot (540 - 342)}{274400860} = +106 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (11.9)$$

Osservazione: la maggiore armatura richiesta allo SLE è necessaria per limitare le massime compressioni nel calcestruzzo.

Applicazioni progettuali

11.10 Progetto di una trave portante sovrastrutture fragili

La trave risulta portante sovrastrutture fragili la cui integrità richiede il rispetto di inflessioni limitate.

La trave, oggetto dello studio, è in semplice appoggio sulla luce di m 10 e presenta sezione a T così definita:

- $h = 860 \text{ mm}$, $d = 800 \text{ mm}$, $h_f = 200 \text{ mm}$, $b = 400 \text{ mm}$, $b_w = 200 \text{ mm}$.
- Materiali: calcestruzzo di classe C25/30 ($f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$) a cui corrispondono secondo il Prospetto [3.1]: $E_{cm} = 31000 \text{ N/mm}^2$ e $f_{ctm} = 2,6 \text{ N/mm}^2$. Acciaio: $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$; $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$.

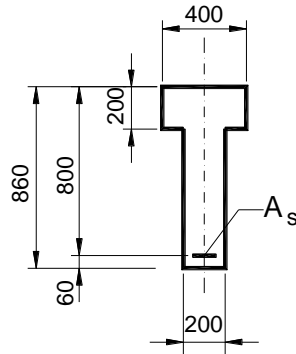


Figura A11.4 Geometria della sezione.

- Peso proprio strutturale: $g_1 = 20 \text{ kN/m}$
- Peso sovrastrutture: $g_2 = 5 \text{ kN/m}$
- Carico variabile: $q = 12 \text{ kN/m}$
- Carico per il progetto allo SLU: $20 \cdot 1,3 + 5 \cdot 1,5 + 12 \cdot 1,5 = 26,0 + 7,5 + 18,0 = 51,5 \text{ kN/m}$
- Carico nella combinazione di esercizio caratteristica: $20,0 + 5,0 + 12,0 = 37,0 \text{ kN/m}$
- Carico nella combinazione di esercizio quasi permanente: si assume il coefficiente $\psi_2 = 0,6$ indicato dall'EN 1990 per edifici commerciali, per cui il carico variabile vale $0,6 \cdot 12 = 7,2 \text{ kN/m}$. Complessivamente: $25 + 7,2 = 32,2 \text{ kN/m}$.
- Momenti flettenti in mezzzeria corrispondenti ai carichi di cui sopra
- Stato limite ultimo:

$$M_{Ed} = \frac{10^2}{8} \cdot 51,5 = 644,0 \text{ kNm}$$
- Stato limite di esercizio, combinazione caratteristica

$$M_{Ed} = 462,5 \text{ kNm}$$

- Stato limite di esercizio, combinazione quasi permanente

$$M_{Ed} = 402,5 \text{ kNm}$$

- In presenza del solo carico permanente

$$M_{Ed} = 312,5 \text{ kNm}$$

Progetto allo stato limite ultimo

Si fa riferimento alla tabella U8 (travi a T SLU).

$$w = \frac{h_f}{d} = \frac{200}{800} = 0,25; \quad \frac{b}{b_w} = \frac{400}{200} = 2$$

$$\mu = \frac{644000000}{400 \cdot 800^2 \cdot 14,16} = 0,1777$$

Poiché $\mu < \mu_1 = 0,2188$, l'asse neutro taglia la piattabanda. In questo caso il braccio di leva della coppia interna può essere valutato in 0,70 m (dal centro della piattabanda al centro delle armature tese). L'armatura tesa richiesta risulta pertanto

$$A_s = \frac{644000000}{700 \cdot 391} = 2352 \text{ mm}^2$$

Essa viene realizzata con 6 ϕ 20 mm e 2 ϕ 18 mm, con $A_s = 2392 \text{ mm}^2$. Il rapporto geometrico vale

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{2392}{400 \cdot 800} = \frac{7,5}{1000}$$

Per le verifiche in esercizio il punto [7.4.2] riporta i casi in cui il calcolo dell'inflessione può essere omissso. Per verificare se il caso ricorre, si calcola il rapporto $\frac{\ell}{d}$ con la [(7.16b)],

essendo $\rho > \rho_o = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}} = 10^{-3} \sqrt{25} = 0,005$. Poiché $k = 1$ per la trave appoggiata (coefficiente del Prospetto [7.4N]), si ottiene:

$$\frac{\ell}{d} = 1 \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{25} \cdot \frac{0,0050}{0,0075} \right] = 16$$

Essendo nel caso nostro $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$, per la [(7.17)] si apporta la correzione:

$$\frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}} = \frac{500}{450} \cdot \frac{2392}{2352} = 1,13; \quad 16 \cdot 1,13 = 18,0$$

Tale rapporto, per il disposto del punto [7.4.2(2)], deve essere moltiplicato per $7/l_{eff} = 0,7$ trattandosi di trave di luce maggiore di 7 metri destinata a portare sovrastrutture fragili.

Deve perciò essere $\frac{\ell}{d} < 18,0 \cdot 0,7 = 12,60$.

Nel caso in esame la snellezza vale $\frac{\ell}{d} = \frac{10}{0,80} = 12,50 < 12,60$.

Per quanto sopra determinato non sarebbe necessario il calcolo dell'inflessione. Tuttavia, a titolo di esempio, questo viene sviluppato nei tre casi seguenti:

- nella combinazione di carico quasi permanente a tempo infinito;

- b) effetto del carico successivo alla costruzione della trave, combinazione quasi permanente, a tempo infinito;
- c) prova di carico di breve durata con applicazione del carico variabile corrispondente alla combinazione caratteristica.

Nei tre casi si procede applicando la formula:

$$f = \zeta \cdot f_2 + (1 - \zeta) \cdot f_1 \quad [7.18]$$

in cui f_1 è lo spostamento in mezzzeria calcolato con sezioni non fessurate e f_2 con sezioni tutte fessurate. Il coefficiente ζ è determinato con la [7.19] $\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2$, nella quale M_{cr} è il momento di fessurazione e β un coefficiente che tiene conto della durata di applicazione del carico.

Nei casi a) e b), per tenere conto dei carichi di lunga durata si adotta per il calcolo di f_1 e f_2 il coefficiente di omogeneizzazione $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}}$, essendo $E_{c,eff}$ espresso dalla [7.20]

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}, \text{ e nella [7.19] si introduce } \beta = 0,5.$$

Nel caso c), relativo ad un carico di breve durata, il calcolo di f_1 e f_2 viene sviluppato con il coefficiente di omogeneizzazione $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = 6,45$ e con $\beta = 1$ nella [7.19].

Poiché la fessurazione avviene generalmente nel breve periodo sotto l'azione del primo carico che induce il raggiungimento della resistenza a trazione del calcestruzzo, il momento di fessurazione M_{cr} può essere determinato con $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200000}{31000} = 6,45$.

• *Calcolo del momento di fessurazione M_{cr}*

Applicando le formule adimensionali relative alla sezione interamente reagente (si confronti il punto 11.2.1.1) risulta:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bh} = \frac{2392}{400 \cdot 860} = 0,00695$$

$$w_1 = \frac{200}{860} = 0,2326; \quad n = \frac{400}{200} = 2; \quad p = \frac{800}{860} = 0,93; \quad \alpha_e = \frac{200000}{31000} = 6,45$$

e si ottiene

$$\xi_1 = 0,462; \quad i = 0,0667$$

I valori dimensionali sono:

profondità dell'asse neutro $x_1 = 0,462 \cdot 860 = 397 \text{ mm}$

momento d'inerzia $I_1 = ibh^3 = 0,0667 \cdot 0,40 \cdot 0,860^3 = 0,01696 \text{ m}^4$

modulo di resistenza relativo al lembo teso: $W = \frac{i}{(1 - \xi_1)} \cdot bh^2 = 3,66 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$

Il momento di fessurazione $M_{cr} = W \cdot f_{ctm}$, con $f_{ctm} = 2,6 \text{ N/mm}^2$, risulta:

$$M_{cr} = 3,66 \cdot 10^7 \cdot 2,6 \cdot 10^{-6} = 9,52 \cdot 10^7 \text{ Nmm} = 95,2 \text{ kNm}$$

- *Casi a) e b): calcolo delle caratteristiche geometriche e del coefficiente ζ (lunga durata, combinazione quasi permanente)*

Sezione interamente reagente (stato I):

$$\rho_1 = 0,00695$$

$$w_1 = 0,2326 ; n = 2 ; p = 0,93 ; \alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}}$$

Per la valutazione a tempo infinito, si introduce il modulo elastico corretto secondo la [7.20]. Si assume $\varphi(\infty, t_0) = 2$, per cui $E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{3} = 10333 \text{ N/mm}^2$ e $\alpha_e = 19,35$.

In termini adimensionali si ricava

$$\xi_1 = 0,5177 ; i = 0,0840$$

I valori dimensionali sono

profondità dell'asse neutro $x_1 = 0,5177 \cdot 860 = 445 \text{ mm}$

momento d'inerzia $I_1 = i b h^3 = 0,0840 \cdot 0,40 \cdot 0,860^3 = 2,1369 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4 = 0,02137 \text{ m}^4$

Sezione fessurata (stato II)

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{2392}{400 \cdot 800} = 0,00748 ; w = \frac{200}{800} = 0,25 ; n = \frac{400}{200} = 2 ; \alpha_e = 19,35$$

Applicando le formule adimensionali relative alla sezione fessurata (si confronti il punto 11.2.1.1) risulta:

$$\xi = 0,4261 ; i = 0,0725$$

Risulta pertanto

$$x = 341 \text{ mm} ; I = 0,0725 \cdot 400 \cdot 800^3 = 1,4854 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4 = 0,01485 \text{ m}^4$$

Il coefficiente ζ viene determinato con la [7.19] assunto $\beta = 0,5$, $M_{cr} = 95,2 \text{ kNm}$ e $M = 402,5 \text{ kNm}$. Risulta:

$$\zeta = 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{95,2}{402,5} \right)^2 = 0,972$$

- *Caso c): calcolo delle caratteristiche geometriche e del coefficiente ζ (breve durata, combinazione caratteristica)*

Sezione interamente reagente (stato I)

Vale quanto ricavato precedentemente nell'ambito della determinazione del momento di fessurazione, per cui si ha:

profondità dell'asse neutro $\xi_1 = 0,462$; $x_1 = 397$ mm

momento d'inerzia $i = 0,0667$; $I_1 = 1,696 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$

Sezione fessurata (stato II)

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2392}{400 \cdot 800} = 0,00748 ; w = \frac{200}{800} = 0,25 ; n = \frac{400}{200} = 2 ; \alpha_e = 6,45$$

Applicando le formule adimensionali relative alla sezione fessurata (si confronti il punto 11.2.1.1) risulta:

$$\xi = 0,2663 ; i = 0,0322$$

Risulta pertanto: $x = 213$ mm; $I = 0,0322 \cdot 400 \cdot 800^3 = 6,5945 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$

Il coefficiente ζ viene determinato assumendo

$$\beta = 1, M_{cr} = 95,2 \text{ kNm}, \text{ e } M = 462,5 \text{ kNm}$$

viene:

$$\zeta = 1 - 1 \cdot \left(\frac{95,2}{462,5} \right)^2 = 0,958$$

Nei seguenti Prospetti A11.1 e A11.2 vengono sintetizzati, sia in termini adimensionali che dimensionali, i valori delle caratteristiche geometriche precedentemente calcolate.

Prospetto A11.1 Sintesi dei valori adimensionali.

Casi	α_e	ξ_1	i_1	ξ	i
M_{cr}	6,45	0,4620	0,0667	—	—
a), b)	19,35	0,5177	0,0840	0,4261	0,0725
c)	6,45	0,4620	0,0667	0,2663	0,0322

Prospetto A11.2 Sintesi dei valori dimensionali.

Casi	α_e	x_1 (m)	I_1 (m ⁴)	x (m)	I (m ⁴)
M_{cr}	6,45	0,397	0,01696	—	—
a), b)	19,35	0,445	0,02137	0,341	0,01485
c)	6,45	0,397	0,01696	0,213	0,006594

• *Calcolo delle inflessioni: caso a)*

Il carico di progetto riferito alla combinazione quasi permanente è risultato: $q = 32,2 \text{ kN/m}$.
Risulta pertanto:

$$f_1 = \frac{5}{384} \cdot \frac{32,2 \cdot 10^{16}}{2,1369 \cdot 10^{10} \cdot 10333} = 19,0 \text{ mm}$$

$$f_2 = \frac{5}{384} \cdot \frac{32,2 \cdot 10^{16}}{1,4854 \cdot 10^{10} \cdot 10333} = 27,3 \text{ mm}$$

$$f^* = 19,0 \cdot (1 - 0,972) + 27,3 \cdot 0,972 = 27,1 \text{ mm}$$

$$f^* \text{ è minore di } \frac{\ell}{250} = \frac{10000}{250} = 40 \text{ mm}$$

Se all'effetto del carico si somma l'effetto del ritiro, come verrà determinato al punto 11.4.1.2, risulta l'inflessione:

$$f = 27,1 + 5,5 = 32,6 \text{ mm}$$

$$\text{che è minore di } \frac{\ell}{250} = 40 \text{ mm}$$

• *Calcolo delle inflessioni: caso b)*

Con riferimento alla combinazione quasi permanente per i carichi presenti dopo la costruzione, risulta $q = 32,2 - 20,0 = 12,2 \text{ kN/m}$.

$$f_1 = \frac{5}{384} \cdot \frac{12,2 \cdot 10^{16}}{2,1369 \cdot 10^{10} \cdot 10333} = 7,2 \text{ mm}$$

$$f_2 = \frac{5}{384} \cdot \frac{12,2 \cdot 10^{16}}{1,4854 \cdot 10^{10} \cdot 10333} = 10,3 \text{ mm}$$

$$f^* = 7,2 \cdot (1 - 0,972) + 10,3 \cdot 0,972 = 10,2 \text{ mm}$$

$$\text{Tale valore è inferiore a } \frac{\ell}{500} = \frac{10000}{500} = 20 \text{ mm}$$

A questo valore si dovrebbe aggiungere una quota di inflessione competente al ritiro che si sviluppa dopo la fine della costruzione della struttura e che risulta dunque una quota parte del valore totale calcolato al punto 11.4.12.

• *Calcolo delle inflessioni: caso c)*

Con riferimento al carico di breve durata pari a $q = 12,0 \text{ kN/m}$

$$f_1 = \frac{5}{384} \cdot \frac{12,0 \cdot 10^{16}}{1,696 \cdot 10^{10} \cdot 31000} = 2,97 \text{ mm}$$

$$f_2 = \frac{5}{384} \cdot \frac{12,0 \cdot 10^{16}}{6,5945 \cdot 10^9 \cdot 31000} = 7,64 \text{ mm}$$

$$f^* = 2,97 \cdot (1 - 0,958) + 7,64 \cdot 0,958 = 7,44 \text{ mm}$$

11.10.1 Calcolo dell'inflessione prodotta dal ritiro

Con riferimento alla trave a T di luce 10 metri di cui al punto 4.5 del capitolo “Esempi svolti relativi al capitolo 4” si calcola l'inflessione indotta dal ritiro. Si procede in applicazione della formula (7.21) dell'EC2 con il calcolo delle curvature nello stadio I e nello stadio II e la loro combinazione con la formula [7.18]; quindi si integra lungo lo sviluppo della trave. Per l'applicazione della [7.18] si suppone che l'evoluzione del ritiro avvenga in presenza del carico semipermanente che determina in mezzzeria il momento $M = 402,5$ kNm.

Si ipotizza l'umidità relativa dell'ambiente pari a 70%, il tempo di cura del getto $t_s = 10$ giorni, il tempo di valutazione dell'effetto del ritiro $t = 1000$ giorni.

La curvatura prodotta dal ritiro si calcola con la formula del punto [7.4.3(6)]

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \alpha_e \frac{S}{I} \quad [(7.21)]$$

nella quale ε_{cs} è la deformazione di ritiro, α_e il rapporto $\frac{E_s}{E_{c,eff}}$, S il momento statico dell'area della sezione dell'armatura rispetto al baricentro della sezione totale omogeneizzata, I il momento d'inerzia della sezione omogeneizzata.

Spiegazione della formula

La curvatura è per definizione $\frac{1}{r_{cs}} = \frac{\int \varepsilon_{cs} y dA_c}{I}$ e poiché ε_{cs} non dipende dall'area della sezione A_c si può scrivere $\frac{1}{r_{cs}} = \frac{\varepsilon_{cs} \int y dA_c}{I}$. L'integrale rappresenta il momento statico della sezione di calcestruzzo che subisce il ritiro rispetto all'asse neutro (baricentrico) della sezione omogeneizzata. Questo è numericamente uguale al momento statico della sezione di armatura omogeneizzata, come figura nella [(7.21)].

Per quanto concerne l'entità del ritiro, l'EC2 riporta, al punto 3.1.4(6), quanto segue: somma del ritiro per essiccazione e del ritiro autogeno

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad [(3.8)]$$

dove ε_{cd} è il ritiro per essiccazione e ε_{ca} il ritiro autogeno

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad [(3.9)]$$

dove k_h è un coefficiente che dipende da h_0 ; i valori di k_h sono riportati nel Prospetto [3.3]

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,4 \sqrt{h_0^3}} \quad [(3.10)]$$

essendo t l'età in giorni al momento considerato, t_s l'età (in giorni) all'inizio del ritiro di essiccazione, praticamente coincidente con la fine del periodo di “curing”

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad [(3.11)]$$

dove

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad [(3.12)]$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}) \quad [(3.13)]$$

Il punto [7.4.3(6)] afferma che S e I devono essere calcolati per le due condizioni di sezione non fessurata $\left(\frac{1}{r_1}\right)$ e completamente fessurata, ossia parzializzata per flessione $\left(\frac{1}{r_2}\right)$, essendo la curvatura finale computata con la

$$\frac{1}{r_{cs}} = \frac{1}{r_1} \cdot (1 - \zeta) + \frac{1}{r_2} \cdot \zeta \quad [(7.18)]$$

dove

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \quad [(7.19)]$$

• *Sviluppo dei calcoli*

Computo del ritiro

Dal Prospetto [3.2], in base ai dati riportati ($f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ umidità relativa 70%), si deduce

$$\varepsilon_{cd,0} = \frac{0,4}{1000}$$

L'area della sezione trasversale A_c vale (fig. 11.19)

$$200 \cdot (400 + 660) = 212000 \text{ mm}^2$$

Il perimetro esposto corrisponde all'intradosso (nervatura e sottoala) e alle fiancate

$$u = (400 + 2 \cdot 660) = 1720 \text{ mm}$$

Risulta

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 212000}{1720} = 246 \text{ mm}$$

Dal Prospetto [3.3] ad $h_0 = 246 \text{ mm}$ corrisponde il coefficiente: $k_h = 0,80$

Ritiro a 1000 giorni con $t_s = 10$ giorni

$$\beta_{ds} = \frac{(1000 - 10)}{(1000 - 10) + 0,04\sqrt{246^3}} = 0,86$$

$$\varepsilon_{cd} = 0,86 \cdot 0,80 \cdot \frac{0,4}{1000} = \frac{0,275}{1000}$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (25 - 10) \cdot 10^{-6} = 37,5 \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_{as}(1000) = 1 - e^{-0,2 \cdot 1000^{0,5}} = 0,998 \approx 1$$

$$\varepsilon_{cs} = (0,275 + 0,037) \cdot 10^{-3} = 0,31 \cdot 10^{-3} \quad [(3.8)]$$

Rapporto di omogeneizzazione e parametri geometrici delle sezioni: si adottano quelli dell'esempio trattato al punto 11.4.1.1, casi a) e b).

$$E_{c,eff} = 10333 \text{ N/mm}^2 \text{ da cui } \alpha_e = \frac{200000}{10333} = 19,35$$

Sezione interamente reagente: $x_1 = 445 \text{ mm}$; $I_1 = 21,37 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$
 momento statico $S_1 = 2392 \cdot (860 - 445) = 992680 \text{ mm}^3$

Sezione parzializzata: $x_2 = 341 \text{ mm}$; $I_2 = 14,85 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$
 momento statico $S_2 = 2392 \cdot (800 - 341) = 1098000 \text{ mm}^3$

Le curvature risultano

$$\frac{1}{r_1} = 0,31 \cdot 10^{-3} \cdot 19,35 \cdot \frac{849160}{21,37 \cdot 10^9} = 0,278 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\frac{1}{r_2} = 0,31 \cdot 10^{-3} \cdot 19,35 \cdot \frac{1098000}{14,85 \cdot 10^9} = 0,443 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

Combinandole con la formula [(7.18)] risulta:

$$\frac{1}{r^*} = [0,278 \cdot (1 - 0,97) + 0,443 \cdot 0,97] \cdot 10^{-6} = 0,438 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

avendo assunto $\zeta = 0,97$ come nell'esempio di cui al punto 11.5.1.1 (caso b).

• **Calcolo dell'inflessione**

Si applica il corollario del teorema di Mohr: l'inflessione è misurata dal momento flettente in mezzzeria della trave caricata col carico fittizio delle curvature.

Risulta:

$$f = \left(\frac{1}{r^*} \right) \cdot \frac{\ell^2}{8} = 0,438 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{10000^2}{8} = 5,47 \text{ mm}$$

11.11 Esempio di calcolo dell'armatura di pelle nelle travi alte

Trave a T, caratterizzata da: $h = 1300$ mm; $d = 1220$ mm; $b = 1500$ mm; $b_w = 300$ mm; $h_f = 180$ mm. Calcestruzzo: $f_{ck} = 30$ N/mm², $f_{cd} = 17$ N/mm² (fig. A11.5.11)

Sollecitazione allo stato limite ultimo: $M_{Ed} = 2400$ kNm

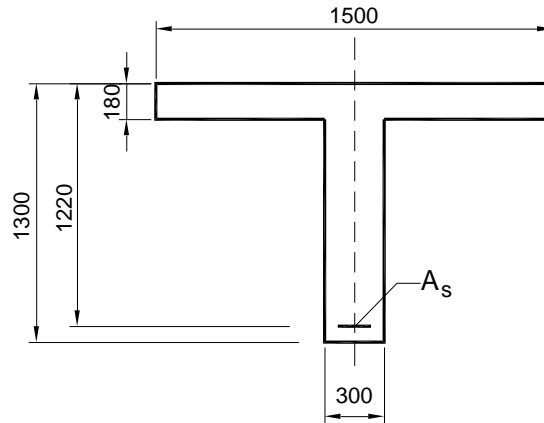


Figura A11.5 Geometria della sezione.

La verifica allo stato limite ultimo viene sviluppata con il metodo approssimato di cui al punto 7.7.1.1.2.

Con i dati sopra riportati risulta:

$$z = 1220 - \frac{180}{2} = 1130 \text{ mm}; \quad A_s = \frac{2400 \cdot 10^6}{1130 \cdot 391} = 5431 \text{ mm}^2$$

Si dispongono 8 barre di diametro 30 mm in due strati sovrapposti. Il rapporto geometrico di armatura vale pertanto

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{5640}{1500 \cdot 1220} = 0,0031$$

Verifica della piattabanda

$$\sigma_c = \frac{2400 \cdot 10^6}{1130} \cdot \frac{1}{1500 \cdot 180} = 7,9 < 17 \text{ N/mm}^2$$

Per lo stato limite di esercizio, combinazione caratteristica, il momento vale

$$M_{Ed} = 0,7 \cdot 2400 = 1680 \text{ kNm}$$

Il valore adimensionale corrispondente per l'impiego delle tabelle relative alle sezioni a T risulta:

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1680 \cdot 10^6}{1500 \cdot 1220^2 \cdot 17} = 0,0443$$

Essendo $h_f / d = 0,15$ e $b / b_w = 5$, si fa ricorso alla tabella E5 dell'Appendice.

Da questa si trae, per $\rho = 0,0031$, $\xi = 0,28$ da cui $x = 336$ mm; $\frac{1-\xi}{i} = 24$.

Risulta la tensione

$$\sigma_s = \mu \cdot \frac{1-\xi}{i} \cdot \alpha_e \cdot f_{cd} = 0,0443 \cdot 24 \cdot 15 \cdot 17 = 270 \text{ N/mm}^2$$

ammissibile essendo minore di 360 N/mm^2 .

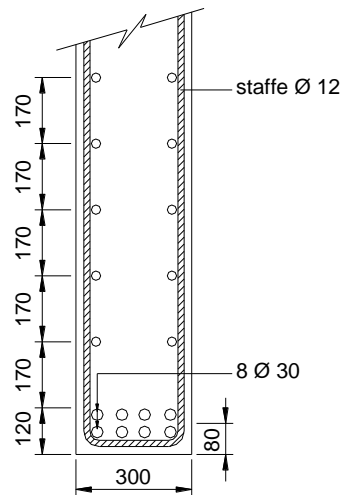


Figura A11.6 Disposizione dell'armatura di pelle.

L'armatura di pelle viene progettata secondo il punto 7.3.3(3) dell'EC2 che prevede siano disposte barre orizzontali all'interno delle staffe distribuite fra l'asse neutro e le armature principali. L'area di queste armature è quella necessaria per raccogliere, alla tensione f_{yk} , la trazione dell'anima della trave fra i livelli considerati calcolata con la formula (7.1)

$$A_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct} \cdot A_{ct}$$

assumendo $k = 0,5$, $k_c = 1$, $f_{ct} = f_{ctm} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ (corrispondente a $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$).

L'altezza dell'anima compresa fra l'asse neutro e le armature principali della trave risulta: $1300 - 336 - 120 = 844 \text{ mm}$.

L'area dell'armatura di pelle richiesta per raccogliere il diagramma triangolare delle tensioni vale pertanto:

$$A_s = \frac{300 \cdot 844 \cdot 0,5 \cdot 2,9 \cdot 1}{450} = 815 \text{ mm}^2$$

Sono necessarie $5 + 5$ barre $\phi 10 \text{ mm}$ da disporre con interasse 170 mm (fig. A11.12).

11.12 Fessurazione di un muro soggetto a ritiro – Progetto delle armature.

Il muro, schematicamente rappresentato nella figura A11.13, presenta lunghezza 10 m fra due giunti di dilatazione, altezza 3 m e spessore 25 cm. E' vincolato alla fondazione ed è soggetto a contrazione per effetto del ritiro.

Uno studio completo richiederebbe la presa in conto delle caratteristiche geometriche e meccaniche della fondazione, dei parametri geotecnici del suolo nonché l'adozione di procedimenti di calcolo complessi. L'esempio che viene presentato è invece una semplice applicazione del punto [7.3.2(1)P] che recita: se è richiesto il controllo della fessurazione, occorre disporre una quantità minima di armatura aderente per limitare l'ampiezza delle fessure nelle zone tese; la quantità di armatura può essere stimata in base all'equilibrio fra la forza di trazione agente nel calcestruzzo prima della fessurazione e la forza di trazione espressa dalle armature lavoranti al limite elastico o a una tensione minore al fine di limitare l'ampiezza delle fessure. (Riferimento alla formula [(7.1)] che viene applicata assumendo, per semplicità e a favore di sicurezza, k e k_c pari a uno).

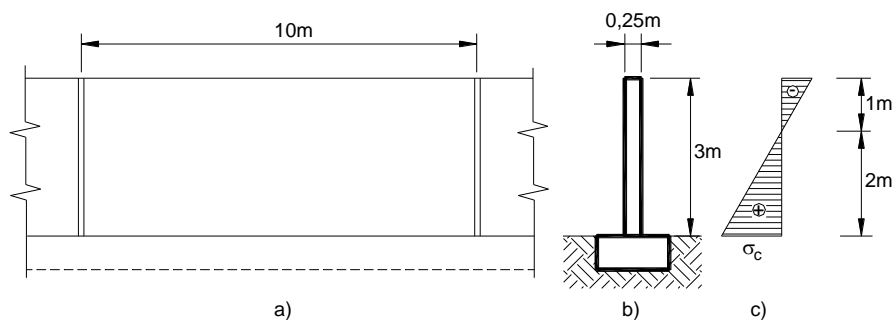


Figura A11.7 Geometria del muro.

Materiali: calcestruzzo C25/30 con $f_{cm} = 2,6 \text{ N/mm}^2$; acciaio B450C con $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$.

Si svincola il muro dalla fondazione mediante un taglio al livello della connessione. Supponendo nullo l'attrito, il muro soggetto a ritiro si contrarrebbe liberamente. Poiché tale libertà non sussiste, si applica alle due estremità, alla base del muro, una forza orizzontale H tale da ristabilire la congruenza degli spostamenti orizzontali con la fondazione. Forze uguali e contrarie dovrebbero essere applicate alla fondazione. La forza H , che non è necessario calcolare, agendo con eccentricità $h/2$ esercita sulle sezioni del muro una tensoflessione con asse neutro posto a $h/3$ dalla sommità, risultando il terzo superiore compresso e i 2/3 inferiori tesi. Il diagramma delle tensioni è riportato nella figura 11.13c. Ovviamente la tensoflessione induce una curvatura del muro con centro in alto. E la congruenza richiede l'intervento di tensioni verticali al livello della connessione, tensioni che nel nostro studio semplice non facciamo intervenire.

Quando la tensione orizzontale di trazione raggiunge il valore f_{ctm} , il muro si fessura. La risultante di trazione vale: $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot h \cdot s \right) \cdot f_{ctm}$. Questa viene equilibrata da armature di sezione complessiva A_s alla tensione σ_s . Ossia

$$A_s \sigma_s = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3000 \cdot 250 \right) \cdot 2,6$$

Prudenzialmente si assume $\sigma_s = 280 \text{ N/mm}^2$. Risulta

$$A_s = \frac{650000}{280} = 2321 \text{ mm}^2$$

pari a 10 coppie di barre di diametro 12 mm disposte sull'altezza di due metri; ossia 2 ϕ 12/200 mm.

La nota al punto [7.3.3(2)] afferma che, con buona probabilità, nel caso di fessurazione provocata da deformazioni impresse, come nel caso in oggetto, con barre di diametro 12 mm al tasso di 280 N/mm² l'ampiezza delle fessure è contenuta in 0,3 mm.

11.13 Altre verifiche a SLE

Altri esempi di verifiche agli SLE si trovano nel capitolo 4 e nei relativi Esempi.