

## *Esempi svolti relativi al capitolo 10*

### **Progetto con modelli tirante-puntone**

10.1 Esempio 10.1. Trave parete su due appoggi soggetta a carico uniformemente distribuito di 280 kN/m .....	A10.3
10.2 Esempio 10.2. Trave parete su due appoggi soggetta a carico uniformemente distribuito di 380 kN/m .....	A10.7
10.3 Esempio 10.3. Plinto tozzo di un pilastro a sezione quadrata .....	A10.7
10.4 Esempio 10.4. Plinto di fondazione su quattro pali .....	A10.16
10.5 Esempio 10.5. Sella Gerber .....	A10.19
10.6 Esempio 10.6. Brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa .....	A10.22
10.7 Esempio 10.7. Mensola tozza .....	A10.26
10.8 Esempio 10.8. Armatura secondaria di una mensola tozza .....	A10.33



### 10.1 Esempio 10.1. Trave parete su due appoggi soggetta a carico uniformemente distribuito di 280 kN/m

Si progetti una trave parete di dimensioni 8000×5500×300 mm, soggetta ad un carico uniformemente distribuito di 280 kN/m, da intendersi come carico di progetto allo SLU comprensivo del peso proprio della parete. La trave poggia su due pilastri di 300×500 mm; il calcestruzzo è di classe C25/30 e l'acciaio è del tipo B450C.

a) Materiali: calcestruzzo C25/30  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ , acciaio B450C  $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$

**Resistenza di progetto del calcestruzzo**

$$f_{cd} = \frac{0,85 f_{ck}}{1,5} = \frac{0,85 \cdot 25}{1,5} = 14,17 \text{ N/mm}^2$$

**Resistenza di progetto dell'acciaio**

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{450}{1,15} = 391,3 \text{ N/mm}^2$$

**Resistenza a compressione nodi**

Dal prospetto 10.10 del volume si hanno le seguenti resistenze per i nodi:

$$\text{nodi CCC: } \sigma_{1Rd,max} = 11,76 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{nodi CCT: } \sigma_{2Rd,max} = 10,00 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{nodi CTT: } \sigma_{3Rd,max} = 8,82 \text{ N/mm}^2$$

**Definizione della geometria del modello S&T**

Come già anticipato al par. 10.6.3, il Model Code 1990 (6.8.2.1) suggerisce di adottare un braccio della coppia interna pari a  $0,6 \div 0,7$  volte la luce della trave, ma non superiore al braccio di leva di una trave snella con la stessa luce:  $(0,6 \div 0,7) L \leq 0,67 H$ . Nel presente caso si ha:

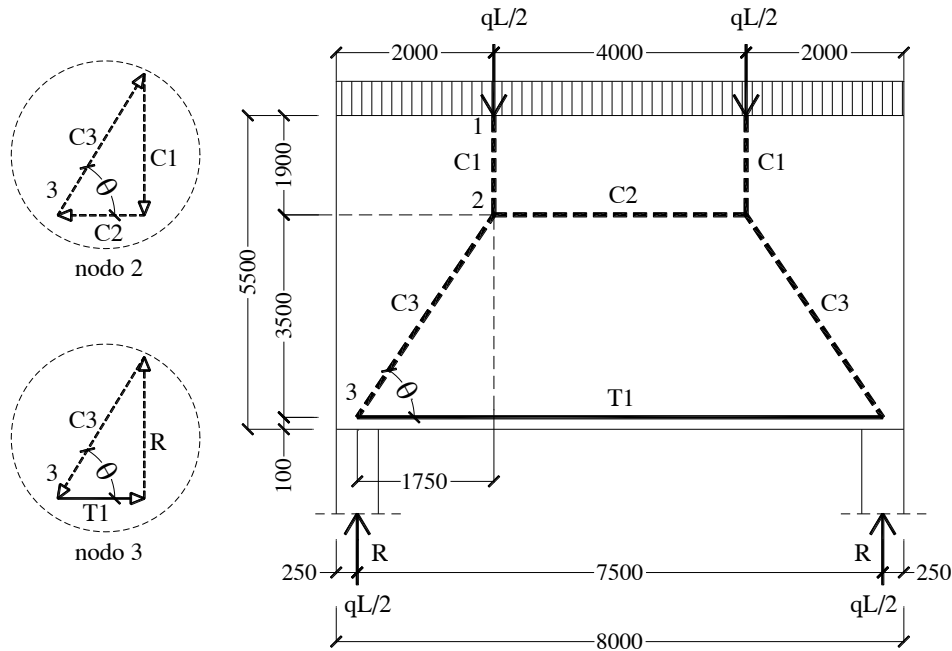
$$L = 8000 \text{ mm (lunghezza totale),}$$

$$L' = 7500 \text{ mm (distanza tra gli assi dei pilastri),}$$

$$H = 5500 \text{ mm,}$$

$$(0,6 \div 0,7) L' = (4500 \div 5250) \text{ mm,}$$

$$0,67 H = 3685 \text{ mm.}$$



**Figura A10.1** Modello S&T della trave parete.

Si adotta:  $z = 3500 \text{ mm}$  ( $\cong 0,64 H$ ), a cui corrisponde una quota del puntone  $C_2$ , misurata dall'intradosso della trave, pari a:  $100 + 3500 = 3600 \text{ mm}$  (fig. A10.1).

#### Reazioni dei pilastri

b) Risultata:

$$R = q L / 2 = 280 \cdot 8,00 / 2 = 1120 \text{ kN}$$

#### Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio (cfr. prospetto 10.7 del volume)

Equilibrio nodo 1

$$C_1 = \frac{q L}{2} = 1120 \text{ kN}$$

Equilibrio nodo 3

$$C_3 = \frac{R}{\sin \theta} = 1252 \text{ kN} \quad \text{dove } \theta = \arctg \frac{3500}{1750} = 63,43^\circ \geq 45^\circ,$$

$$T_1 = C_3 \cos \theta = \frac{R}{\tan \theta} = 560 \text{ kN}$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 = C_3 \cos \theta = T_1 = 560 \text{ kN}$$

#### Progetto del tirante

Le armature del tirante inferiore vengono disposte su un'altezza pari a 200 mm; è necessario adottare un'area di acciaio non inferiore a:

$$A_{s1} \geq \frac{T_1}{f_{yd}} = \frac{560000}{391,3} = 1431 \text{ mm}^2$$

- c) si adottano  $6\phi 18 = 1524 \text{ mm}^2$  disposti su tre file.

**Verifica del nodo 3 sull'appoggio sinistro**

La geometria del nodo è univocamente definita dalla larghezza del pilastro, dallo spessore della parete (300 mm), dall'altezza del tratto sul quale sono distribuite le armature inferiori e dall'inclinazione del puntone  $C_3$ .

Il nodo 3 è un nodo compresso-teso con armature ancorate in una sola direzione (nodo CCT), pertanto occorre verificare che la massima compressione nel calcestruzzo non superi il valore

$$\sigma_{2Rd,max} = 10,00 \text{ N/mm}^2$$

- d) con riferimento alla figura A10.2 risulta

$$\sigma_{c1} = \frac{1120000}{300 \cdot 500} = 7,47 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{2Rd,max}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{1252000}{300 \cdot (200 \cdot \cos \theta + 500 \cdot \sin \theta)} = 7,78 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{2Rd,max}$$

- e) dove 200 mm è l'altezza  $u$  del nodo, tenuto conto del numero e dell'interasse verticale delle armature longitudinali.

- f) *Osservazione.* Calcolata la tensione  $\sigma_{c1}$ , una stima approssimata della tensione  $\sigma_{c2}$  si può ottenere utilizzando il prospetto 10.12; per  $u/a_1 = 200/500 = 0,4$  e per  $\theta = 62,5^\circ$  si ha:

$$\sigma_{c2} / \sigma_{c1} = 1,05 \quad \rightarrow \quad \sigma_{c2} = 1,05 \cdot 7,47 = 7,84 \text{ N/mm}^2$$

- g) questo valore è leggermente maggiore di quello calcolato sopra, perché relativo ad un valore dell'angolo  $\theta$  di poco inferiore a quello effettivo di  $63,43^\circ$ .

**Armatura minima sulle due facce della trave parete**

Al p.to [9.7] EC2 raccomanda di prevedere su ciascuna faccia una rete di armature ortogonali, con una sezione minima pari a  $A_{s,dbmin} = 0,001 A_c$ , ma non minore di  $150 \text{ mm}^2/\text{m}$  in ogni direzione.

La distanza  $s$  tra due barre adiacenti della rete deve rispettare la seguente limitazione:

$$s \leq \min(2t; 300 \text{ mm})$$

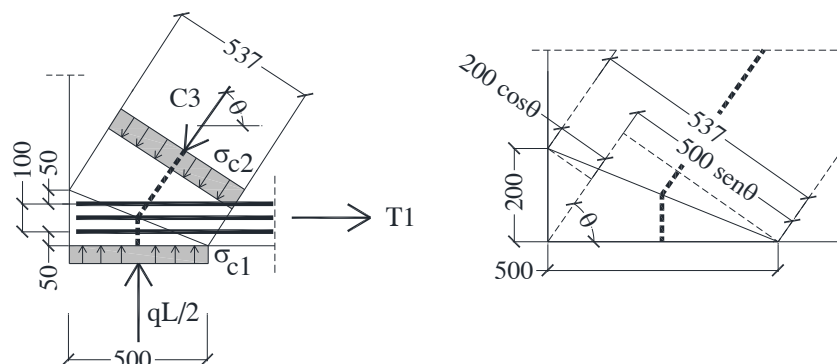
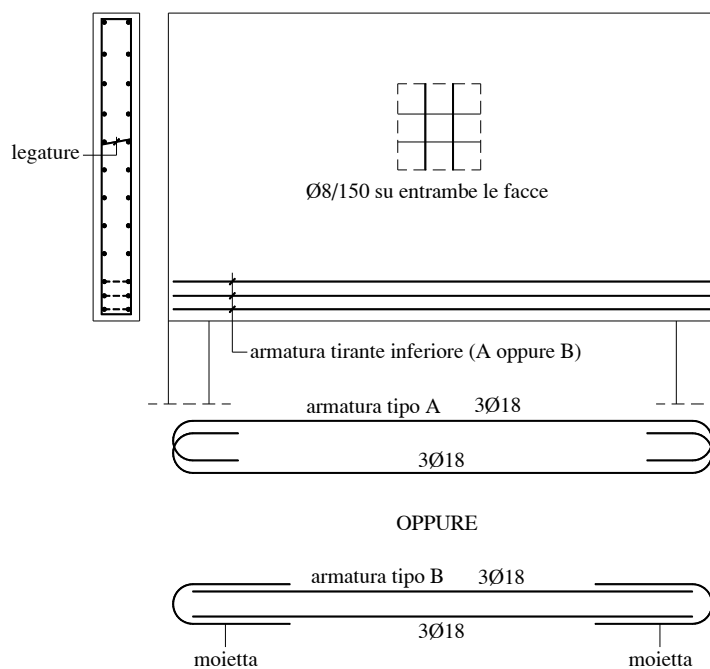
dove  $t$  è lo spessore della trave parete.

Nel presente caso si ha

$$A_{s,dbmin} = 0,001 A_c = 0,001 \cdot 300 \cdot 1000 = 300 \text{ mm}^2/\text{m} > 150 \text{ mm}^2/\text{m}$$

- h) si adotta una rete  $\phi 8 / 150 = 333 \text{ mm}^2 / \text{m}$  su ciascuna faccia

Le armature sulle due facce sono inoltre collegate da legature trasversali, per il progetto delle quali si possono seguire le regole valide per le pareti (vedi par. 12.2.5.3).

**Figura A10.2** Nodo 3.**Figura A10.3** Schema delle armature della trave parete.

Per garantire l'equilibrio del nodo, le armature dei tiranti devono essere totalmente ancorate al di là dei nodi rialzando le barre, utilizzando piegature ad U o dispositivi di ancoraggio, a meno che non sia disponibile la lunghezza di ancoraggio  $l_{bd}$  tra il nodo e l'estremità della trave. Nel presente caso le barre del tirante inferiore non possono essere ancorate in rettilineo perché non c'è lo spazio necessario; questa soluzione sarebbe ad esempio applicabile se i pilastri fossero spostati verso l'interno invece di essere allineati con i fili

esterni della trave. Di conseguenza occorre adottare barre conformate ad esempio come in figura A10.3, ossia barre dotate di un gancio a U oppure barre diritte sovrapposte a moiette.

## 10.2 Esempio 10.2. Trave parete su due appoggi soggetta a carico uniformemente distribuito di 380 kN/m

Si ripeta il progetto della trave parete dell'esempio 10.1 in presenza di un carico di progetto allo SLU di 380 kN/m.

i) Tutte le grandezze risultano incrementate del coefficiente  $380/280 \cong 1,36$ ; in particolare lo sforzo nel tirante vale

$$T_1 = 560 \cdot 1,36 \cong 760 \text{ kN}$$

e quindi il quantitativo di acciaio richiesto risulta pari a

$$A_{s1} \geq \frac{760000}{391,3} = 1942 \text{ mm}^2$$

si adottano  $8\phi 18 = 2032 \text{ mm}^2$  disposti su quattro file.

Per quanto riguarda la verifica del nodo 3, risulta:

$$\sigma_{c1} = \frac{1120000 \cdot 1,36}{300 \cdot 500} = 10,15 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{2Rd,max}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{1252000 \cdot 1,36}{300 \cdot (250 \cdot \cos \theta + 500 \cdot \sin \theta)} = 10,15 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{2Rd,max}$$

dove nel calcolo di  $\sigma_{c2}$  è stata assunta un'altezza  $u$  del tratto di diffusione delle armature di 250 mm e non di 200 mm, essendo presente uno strato di armatura in più rispetto all'esempio 10.1. Sia la tensione  $\sigma_{c1}$  sia la tensione  $\sigma_{c2}$  sono superiori alla resistenza di progetto  $\sigma_{2Rd,max}$ .

Affinché risulti  $\sigma_{c2} \leq \sigma_{2Rd,max}$  si potrebbero distribuire gli strati di armatura su un'altezza maggiore, ma il problema rimarrebbe per  $\sigma_{c1}$ , a meno di non aumentare la larghezza della sezione del pilastro. Tuttavia, essendo tutti gli angoli tra i puntoni ed i tiranti maggiori di  $55^\circ$  ( $\theta = 63,43^\circ$ ), si può incrementare del 10% la resistenza dei nodi [p.to 6.5.4(5)] (vedi par. 10.11.2.3). Alla luce di questo fatto, la verifica si può ritenere soddisfatta senza apportare nessuna modifica alla geometria del nodo.

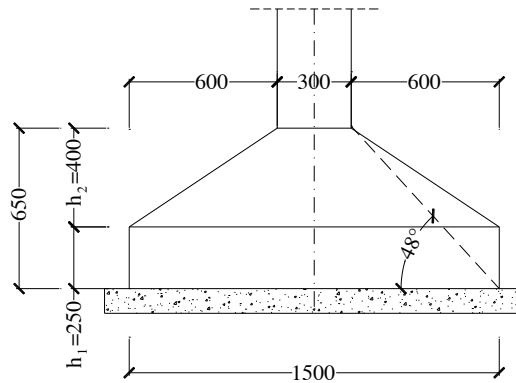
## 10.3 Esempio 10.3. Plinto tozzo di un pilastro a sezione quadrata

Si progetti l'armatura di un plinto tozzo ( $1500 \times 1500 \times 650 \text{ mm}$ ) di un pilastro a sezione quadrata di  $300 \times 300 \text{ mm}$  (fig. A10.4); il pilastro sia soggetto ad uno sforzo normale di 400 kN ( $G_k = 280 \text{ kN}$ ,  $Q_k = 120 \text{ kN}$ ). Si consideri sia il caso con eccentricità nulla sia quello con eccentricità pari a 0,25 m o a 0,20 m. I materiali sono i seguenti: calcestruzzo di classe C25/30 ed acciaio B450C.

Carichi:

- permanenti:  $G_k = 280 \text{ kN}$  (tutti i permanenti non strutturali si ipotizzano compiutamente definiti e pertanto ad essi si applica lo stesso coefficiente di sicurezza  $\gamma_G = 1,3$  dei permanenti strutturali),

– variabili:  $Q_k = 120 \text{ kN}$



**Figura A10.4** Plinto tozzo.

Carico di progetto:  $F_d = 1,3 G_k + 1,5 Q_k = 544 \text{ kN}$

Materiali: calcestruzzo:  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$  acciaio:  $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$

**Caso a: eccentricità nulla (sforzo normale centrato)**

$$N = F_d = 544 \text{ kN}$$

Se si ammette che il peso proprio e la reazione del terreno si compensino reciprocamente, la pressione di contatto da utilizzare per il calcolo degli sforzi interni è quella prodotta solo da  $N$

$$p = N / A_{\text{base}} = 544 / 2,25 = 242 \text{ kN/m}^2 = 0,242 \text{ N/mm}^2;$$

la distanza del baricentro dell'armatura orizzontale dal lembo inferiore è pari a 50 mm <sup>1</sup>.

**Geometria del traliccio**

La figura A10.5 mostra il traliccio S&T spaziale del plinto soggetto al solo carico verticale  $N$ . Indicata con  $a$  la dimensione comune dei lati del pilastro, i vertici superiori dei quattro puntoni inclinati distano in pianta  $a/4$  dalle facce del pilastro e in altezza  $a/4$  dalla sezione di base del pilastro. I vertici inferiori sono posti alla stessa quota delle armature inferiori e distano  $b/4$  da tutti e quattro gli spigoli della base del plinto ( $b$  è il lato di base del plinto).

Il traliccio spaziale può essere scomposto in due tralicci piani disposti secondo le diagonali del plinto (fig. A10.5b), soggetti ciascuno alla metà del carico verticale. Gli sforzi nei quattro puntoni inclinati, uguali tra di loro, risultano pertanto pari a:

$$C_{1,2,3,4} = (N/4) / \sin \theta_{\text{diag}}$$

dove  $\theta_{\text{diag}}$  è l'angolo di inclinazione dei quattro puntoni rispetto al piano orizzontale.

<sup>1</sup> Il copriferro minimo per un plinto di fondazione è pari a 40 mm (vedi cap. 3); adottando per le barre inferiori un diametro non superiore a 20 mm, la distanza minima tra il baricentro delle barre e la base del plinto non sarà inferiore a  $10 + 40 = 50 \text{ mm}$ .



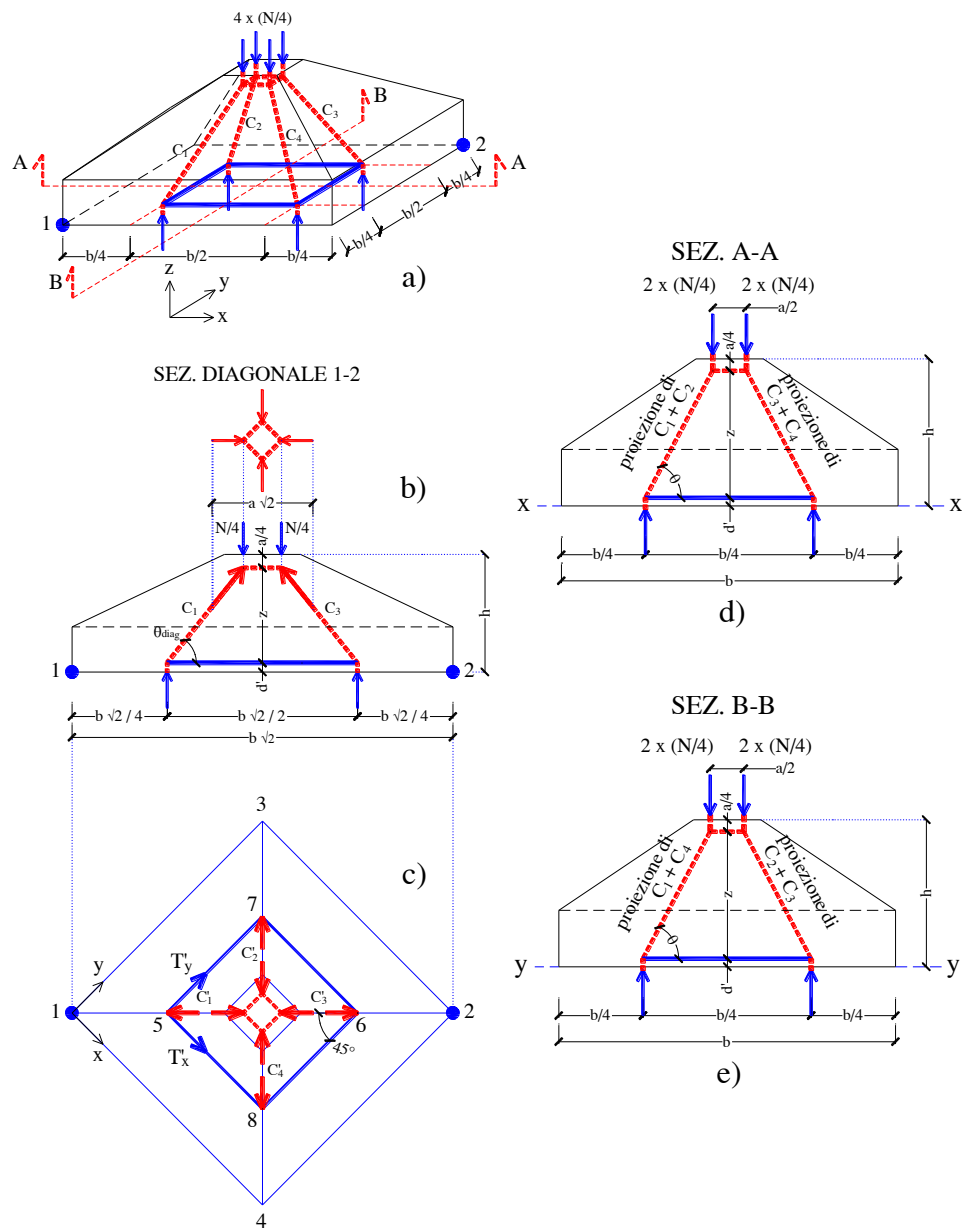


Figura A10.5 Modello S&amp;T di un plinto tozzo con carico centrato.

Lo sforzo di trazione nelle armature si ottiene proiettando sul piano orizzontale gli sforzi nei puntoni inclinati e scomponendo le proiezioni nelle due direzioni  $x$  e  $y$ . Per esempio, con riferimento al puntone  $C_1$ , indicata con  $C_1'$  la sua proiezione sul piano orizzontale (fig. A10.5c), si ha:

$$T'_x = T'_y = C_1' \cos 45^\circ = (C_1 \cos \theta_{diag}) \cos 45^\circ = \frac{N/4}{\tan \theta_{diag}} \cos 45^\circ$$

ed essendo

$$\tan \theta_{diag} = \frac{z}{(b-a)\sqrt{2}} = \frac{4z}{(b-a)\sqrt{2}}$$

j) risulta

$$T'_x = T'_y = \frac{N}{4} \frac{(b-a)\sqrt{2}}{4z} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{N(b-a)}{16z}$$

Lo sforzo complessivo  $T_x$  nelle armature poste in direzione  $x$  (tiranti 5-8 e 6-7 in figura A10.5c) si ottiene quindi moltiplicando per due il risultato ottenuto

$$T_x = 2T'_x = \frac{N(b-a)}{8z}$$

k) e lo stesso risultato vale per lo sforzo complessivo  $T_y$  nei tiranti 5-7 e 6-8 in direzione  $y$ .

Allo stesso risultato si perviene più semplicemente se si considerano i tralicci delle figure A10.5d ed e, ottenuti proiettando le aste del traliccio spaziale sulle sezioni A-A e B-B parallele ai lati del plinto. Questi tralicci consentono un calcolo rapido degli sforzi nelle armature, infatti dall'equilibrio alla rotazione (fig. A10.6) si ha:

$$T_1 = T_x = T_y = \frac{N}{2} \cdot \frac{(b-a)}{4z}$$

ma i puntoni che vi compaiono sono fittizi, essendo solo le proiezioni dei puntoni effettivi del traliccio spaziale.

Tutto ciò premesso si passa al progetto delle armature del plinto, con riferimento al modello S&T piano della figura a10.6.

### **Geometria del traliccio piano**

l) Si divide lo sforzo  $N$  in due parti uguali, che vengono applicate in modo simmetrico a distanza  $a/4$  dall'asse del pilastro, dove  $a$  è il lato del pilastro. I nodi 2 e 3 sono posti sulla retta di azione delle due forze  $N/2$  e distano  $a/4$  dall'estradosso del plinto (fig. A10.6).

m) Il braccio di leva e l'inclinazione delle bielle  $C_1$  rispetto all'orizzontale valgono

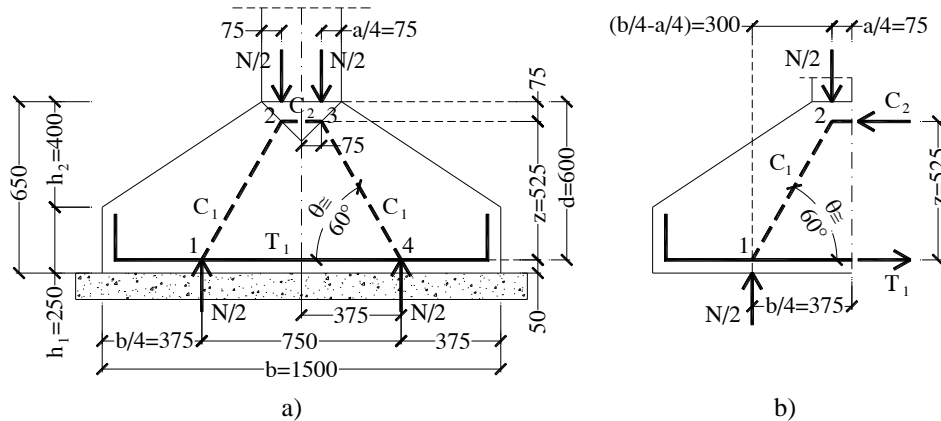
$$z = d - a/4 = 600 - 75 = 525 \text{ mm}$$

$$\theta = \arctan \frac{z}{(b-a)/4} = \frac{525}{(1500-300)/4} = 60,25^\circ$$

### **Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio**

n) Equilibrio nodo 1

$$C_1 = \frac{N/2}{\sin \theta} \cong 313 \text{ kN}$$



**Figura A10.6** Modello S&T ottenuto sezionando indifferentemente secondo A-A o B-B il plinto; il tirante  $T_1$  rappresenta lo sforzo  $T_x$  se si considera la sez. A-A e lo sforzo  $T_y$  se si considera la sez. B-B.

$$T_1 = \frac{N/2}{\tan \theta} = 155 \text{ kN}$$

o) Equilibrio nodo 2

$$C_2 = C_1 \cos \theta = T_1 = 155 \text{ kN}$$

#### Progetto del tirante

È necessario adottare un'area di acciaio non inferiore a

$$A_{s1} \geq \frac{T_1}{f_{yd}} = \frac{155000}{391,3} = 396 \text{ mm}^2$$

p) si adottano  $4\phi 12 = 452 \text{ mm}^2$ .

Essendo  $T_1 = (N/2) / \tan \theta$  e  $\tan \theta = z / [(b-a)/4]$ , l'area del tirante può essere espressa anche nella seguente forma

$$A_{s1} \geq \frac{T_1}{f_{yd}} = \frac{N/2}{\tan \theta \cdot f_{yd}} = 0,125 \frac{N \cdot (b-a)}{z \cdot f_{yd}}$$

#### Caso b: eccentricità $e = 250 \text{ mm}$

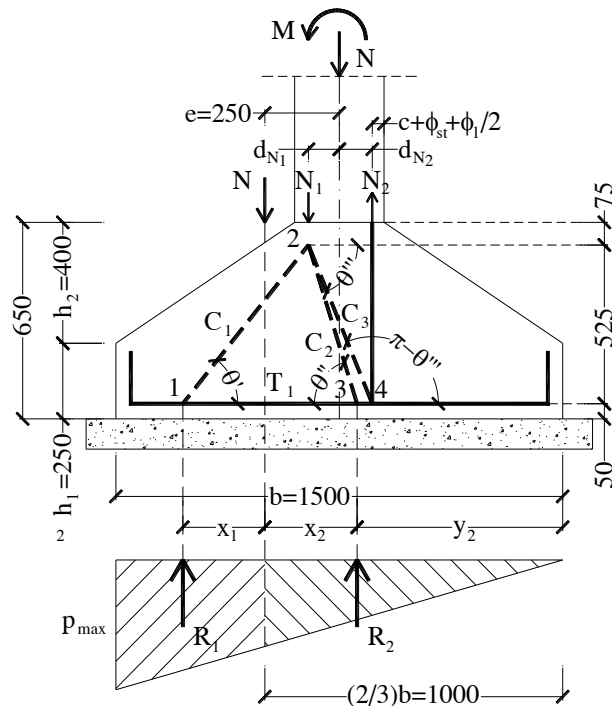
$$N = F_d = 544 \text{ kN}$$

$$M = N e = 544 \cdot 0,25 = 136 \text{ kNm}$$

Essendo  $e = b/6$ , la pressione di contatto sul terreno ha un andamento triangolare con valore massimo pari a

$$p_{\max} = N / A_{\text{base}} + M / W_{\text{base}} = 544 / 2,25 + 136 / (1,50^3 / 6) = 484 \text{ kN/m}^2 = 0,484 \text{ N/mm}^2$$

q) come sopra la distanza del baricentro dell'armatura orizzontale dal lembo inferiore è pari a 50 mm.



**Figura A10.7** Modello S&T per pilastro con carico eccentrico ( $e = b/6$ ).

### Geometria del traliccio

La risultante  $N_1$  delle compressioni nella sezione di base del pilastro è posta a distanza  $0,4x$  dal lembo compresso della stessa sezione, dove  $x$  è la profondità dell'asse neutro a rottura.

La posizione della risultante delle trazioni  $N_2$  è invece quella del baricentro delle armature tese nel pilastro: queste armature distano  $c + \phi_{st} + \phi_l/2$  dal lembo teso della sezione, dove  $c$  è il copriferro,  $\phi_{st}$  il diametro delle staffe e  $\phi_l$  il diametro dei ferri longitudinali.

La retta di azione del carico eccentrico  $N$  divide il diagramma delle pressioni di contatto sul terreno in due parti di risultanti  $R_1$  e  $R_2$ .

Il nodo 1 e il nodo 3 sono individuati dall'intersezione delle rette di azione di  $R_1$  e  $R_2$  con l'asse del tirante inferiore  $T_1$ ; il nodo 2 del traliccio si colloca sulla retta di azione di  $N_1$  (risultante delle compressioni nella sezione di incastro del pilastro) a profondità  $a/4$  dalla sezione di base del pilastro; infine il nodo 4 è dato dall'intersezione della retta di azione di  $N_2$  (risultante delle trazioni nelle armature tese del pilastro) con il tirante inferiore  $T_1$ .

Come per il caso di sforzo normale centrato, avendo posto il nodo 2 a distanza  $a/4$  dall'estradosso del plinto, il braccio di leva risulta  $z = 525$  mm.

### Calcolo della posizione di $N_2$

Per il pilastro si ipotizza un copriferro di 25 mm, che sommato al diametro delle staffe e dei ferri verticali, fornisce una distanza del baricentro dei ferri verticali dalla faccia più vicina di 41 mm ( $25 + 8 + 16/2$ ). L'altezza utile della sezione del pilastro è pertanto pari a 259 mm e la forza  $N_2$  si colloca alla distanza  $d_{N2} = (150 - 41) = 109$  mm dall'asse del pilastro.

**Calcolo della posizione di  $N_1$**

r) Si suppone che il pilastro sia dotato di armatura verticale simmetrica costituita da 4 $\phi$ 16 (una barra per ogni spigolo) e di staffe  $\phi$ 8/200.

Si calcola la posizione dell'asse neutro a rottura imponendo l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse del pilastro; si utilizza il diagramma rettangolare ("stress-block") per la distribuzione delle tensioni di compressione nel calcestruzzo e si ipotizza che entrambi gli acciai siano snervati

$$(0,8 \ x) \alpha f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} = N$$

$$x = N / (0,8 \alpha f_{cd}) = 544000 / (0,8 \cdot 300 \cdot 0,85 \cdot 25 / 1,5) = 160 \text{ mm}$$

$$x/d = 160 / 259 = 0,62 < 0,641 \rightarrow \text{acciaio teso snervato}^2$$

s) si può verificare facilmente che anche l'acciaio compresso è snervato, come ipotizzato nell'equazione di equilibrio.

La risultante delle compressioni nel calcestruzzo vale:

$$N_{1,cls} = 0,8 \alpha x f_{cd} = 0,8 \cdot 300 \cdot 160 \cdot 14,17 = 544128 \text{ N}^3$$

mentre la risultante delle trazioni nelle armature vale

$$N_2 = A_s f_{yd} = 400 \cdot 391,3 = 156520 \text{ N}$$

che coincide anche con la risultante  $N_{1,acc}$  delle compressioni nell'acciaio compresso.

Si ha infine:

$$N_1 = N_{1,cls} + N_{1,acc} = 544128 + 156520 = 700648 \text{ N}$$

Il momento resistente vale<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= (0,8 \ x) \alpha f_{cd} (h/2 - 0,4x) + A'_s f_{yd} (h/2 - d') + A_s f_{yd} (d - h/2) = \\ &= 0,8 \cdot 160 \cdot 300 \cdot 14,17 \cdot (150 - 0,4 \cdot 160) + 400 \cdot 391,3 \cdot (150 - 41) + 400 \cdot 391,3 \cdot \\ &(259 - 150) = 80916368 \text{ Nmm} \cong 80,92 \text{ kNm} \end{aligned}$$

La risultante delle compressioni nel calcestruzzo  $N_{1,cls}$  dista  $0,4x = 64 \text{ mm}$  dal bordo compresso, mentre quella nell'acciaio compresso  $N_{1,acc}$  dista  $41 \text{ mm}$ ; pertanto la risultante delle compressioni  $N_1$  dista dal lembo compresso

$$(544128 \cdot 64 + 156520 \cdot 41) / (544128 + 156520) \cong 59 \text{ mm}$$

e la sua distanza dall'asse del pilastro è pari a  $d_{N1} = (150 - 59) = 91 \text{ mm}$ .

**Calcolo della posizione di  $R_1$  e  $R_2$**

$R_2$  è la risultante del blocco triangolare di pressioni di contatto posto a destra della retta di azione del carico  $N$

$$R_2 = [(2/3 \ b) \cdot (2/3 \ p_{\max}) \cdot b] / 2 = [1000 \cdot (2/3 \cdot 0,484) \cdot 1500] / 2 = 242000 \text{ N} = 242 \text{ kN}$$

<sup>2</sup> Il rapporto  $x/d$  è pari a 0,641 quando il calcestruzzo attinge la sua deformazione ultima del 3,5 ‰ e l'acciaio la sua deformazione al limite di elasticità ( $\varepsilon_{el} = 1,96 \text{ ‰}$ , per  $f_{yd} = 391,3 \text{ N/mm}^2$  ed  $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$  – per il modulo di elasticità dell'acciaio è stato adottato il valore suggerito dalla EN1992-1-1 al p.to 3.2.7(4); le NTC 2018 al par. 11.3.4.1 indicano invece un valore di  $E_s$  pari a  $210000 \text{ N/mm}^2$ , a cui corrisponde una deformazione al limite di elasticità  $\varepsilon_{el} = 1,86 \text{ ‰}$ ).

<sup>3</sup>  $N_{1,cls}$  dovrebbe essere coincidente con  $N = 544 \text{ kN}$  (essendo  $A_s = A'_s$  ed entrambi gli acciai snervati); la piccola differenza è dovuta alle approssimazioni di calcolo.

<sup>4</sup> Si ricorda che in presenza di sforzo normale il momento resistente va valutato con riferimento al baricentro geometrico della sezione di calcestruzzo.

La retta di azione di  $R_2$  è posta a  $(4/9 b)$  dallo spigolo destro

$$y_2 = 4/9 b = 667 \text{ mm}$$

e alla distanza  $x_2$  dalla retta di azione di  $N$

$$x_2 = (2/3 b) - y_2 = 1000 - 667 = 333 \text{ mm}$$

La risultante  $R_1$  vale

$$R_1 = N - R_2 = 544 - 242 = 302 \text{ kN}$$

e la sua retta di azione può essere determinata dall'equilibrio alla rotazione intorno ad un punto posto sulla retta di azione del carico  $N$  (fig. A10.7)

$$R_1 \cdot x_1 = R_2 \cdot x_2$$

da cui:

$$x_1 = (R_2 / R_1) \cdot x_2 = (242 / 302) \cdot 333 = 267 \text{ mm}$$

Le distanze di  $R_1$  e  $R_2$  dall'asse del pilastro valgono, rispettivamente

$$d_{R1} = (x_1 + e) = 267 + 250 = 517 \text{ mm}$$

$$d_{R2} = (x_2 - e) = 333 - 250 = 83 \text{ mm}$$

#### **Calcolo dell'inclinazione delle bielle**

L'inclinazione della biella  $C_1$  rispetto all'orizzontale vale

$$\theta' = \arctan \frac{z}{d_{R1} - d_{N1}} = \arctan \frac{525}{517 - 91} = 50,94^\circ > 45^\circ$$

mentre per le bielle  $C_2$  e  $C_3$  si ha:

$$\theta'' = \arctan \frac{z}{d_{R2} + d_{N1}} = \arctan \frac{525}{83 + 91} = 71,66^\circ > 45^\circ$$

$$\theta''' = \arctan \frac{z}{d_{N2} + d_{N1}} = \arctan \frac{525}{109 + 91} = 69,14^\circ > 45^\circ$$

#### **Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio**

Equilibrio nodo 1

$$C_1 = \frac{R_1}{\sin \theta'} = 389 \text{ kN}$$

$$T_{1(1-2)} = \frac{R_1}{\tan \theta'} = 245 \text{ kN} \text{ (sforzo nel tirante nel tratto 1-2)}$$

t) Equilibrio nodo 4

$$C_3 = \frac{N_2}{\sin \theta'''} = 167 \text{ kN}$$

$$T_{1(3-4)} = \frac{N_2}{\tan \theta'''} = 60 \text{ kN} \text{ (sforzo nel tirante nel tratto 3-4)}$$

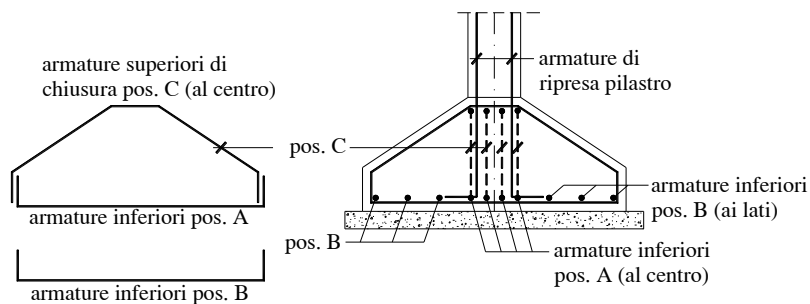
#### **Progetto del tirante**

Per il tirante  $T_1$  è necessario adottare un'area di acciaio non inferiore a:

$$A_{s1} \geq \frac{T_{1(1-2)}}{f_{yd}} = \frac{245000}{391,3} = 626 \text{ mm}^2 \quad \text{si adottano } 6\phi 12 = 678 \text{ mm}^2.$$

Per il progetto delle armature nel piano ortogonale a quello di flessione, si adotta lo stesso modello S&T simmetrico utilizzato per il caso di eccentricità nulla.

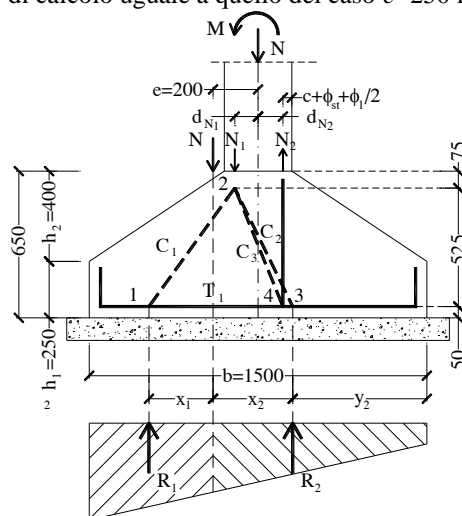
La figura A10.8 mostra la disposizione schematica delle barre di armatura nel plinto.



**Figura A10.8** Disposizione schematica delle armature nel plinto di fondazione.

#### Caso c: eccentricità $e = 200$ mm

Questo caso è simile al precedente; l'unica differenza significativa è rappresentata dalla forma del diagramma delle pressioni di contatto sul terreno che invece di essere triangolare è trapezia. Ci si limita pertanto a riportare nella figura A10.9 lo schema del traliccio resistente, essendo il procedimento di calcolo uguale a quello del caso  $e=250$  mm.



**Figura A10.9** Modello S&T di plinto con carico eccentrico ( $e < b/6$ ).

### 10.4 Esempio 10.4. Plinto di fondazione su quattro pali

u) *Identificare il modello S&T per il plinto di fondazione su pali mostrato nella figura A10.10, soggetto ad un carico verticale  $N_{Ed}$  e ad un momento  $M_{Ed}$ ; determinare inoltre gli sforzi nelle aste del traliccio.*

Si suppone che il trasferimento delle azioni del pilastro avvenga secondo il seguente schema: le azioni trasmesse dal pilastro sono trasferite nel piano  $\pi_1$  (figura A10.10) fino ai piani  $\pi_2$  e  $\pi_3$  ad esso ortogonali e passanti per i pali.

Il trasferimento delle forze prosegue quindi all'interno di ciascuno dei piani  $\pi_2$  e  $\pi_3$  fino ai pali; il traliccio tiranti-puntoni indicato nella figura A10.11 è relativo al trasferimento nel piano  $\pi_1$ , mentre quelli nella figura A10.12 ai piani  $\pi_2$  e  $\pi_3$ .

Con riferimento al traliccio nel piano  $\pi_1$  e nell'ipotesi che sia  $M_{Ed}/L > N_{Ed}/2$ <sup>5</sup>, si ha:

compressione:  $A' = (M_{Ed}/L + N_{Ed}/2)$ , trazione:  $B' = (M_{Ed}/L - N_{Ed}/2)$ ,

da cui:

su ogni palo compresso:  $A = A'/2$ ; su ogni palo teso:  $B = B'/2$

Di seguito si riportano le espressioni degli angoli indicati nelle figure A10.11 e A10.12:

$\theta_{11} = \arctg(h/e)$  nel piano  $\pi_1$ ,

$\theta_{12} = \arctg(h/f)$  nel piano  $\pi_2$ ,

$\theta_{13} = \arctg(h/l)$  nel piano  $\pi_3$ .

Il prospetto A10.1 riporta le espressioni degli sforzi nei tiranti, in funzione degli angoli  $\theta_{11}$ ,  $\theta_{12}$  e  $\theta_{13}$  e delle forze  $A$ ,  $A'$ ,  $B$  e  $B'$  nei pali.

La figura A10.13 mostra la disposizione schematica delle armature.

**Prospetto A10.1** Forze nei tiranti dei modelli S&T del plinto su quattro pali.

Tirante	Forza
$T_{10}$	$F_s^{(1)}$
$T_{11}$	$A' / \tan \theta_{11} = A' e / h$
$T_{12}$	$B' / \tan \theta_{12} = B' f / h$
$T_{13}$	$A$
$T_{14}$	$A / \tan \theta_{13} = A l / h$
$T_{15}$	$B / \tan \theta_{13} = B l / h$
$T_{16}$	$B$

<sup>(1)</sup>  $F_s$  = forza di trazione nelle armature del pilastro

<sup>5</sup>  $M_{Ed}$  e  $N_{Ed}$  indicano i moduli (senza segno) del momento flettente e del carico verticale.



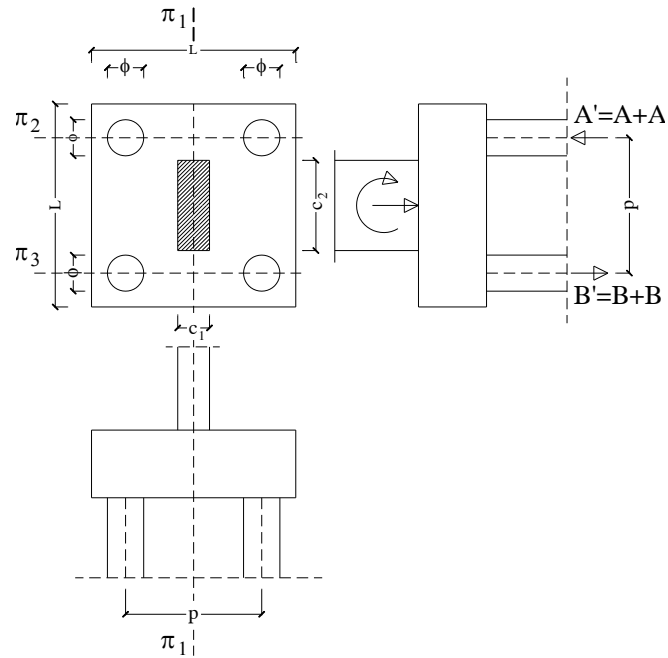
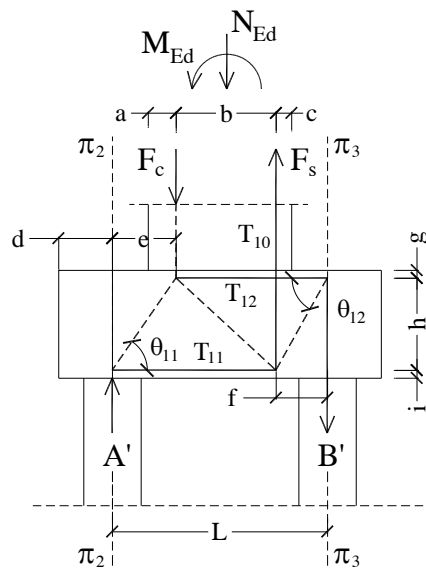
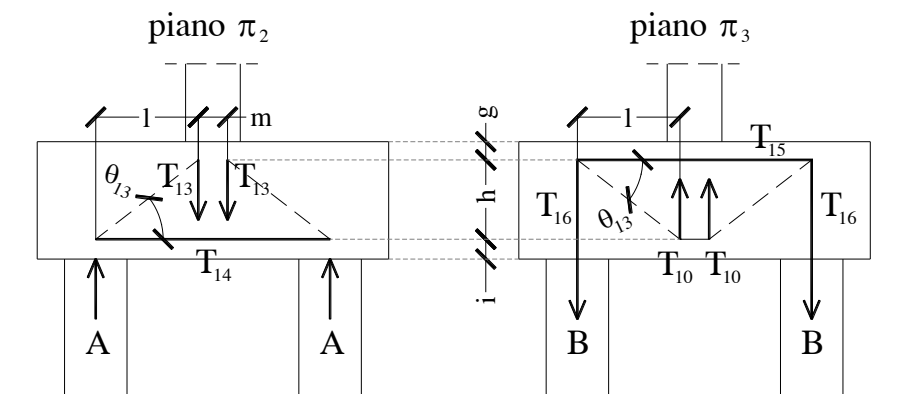
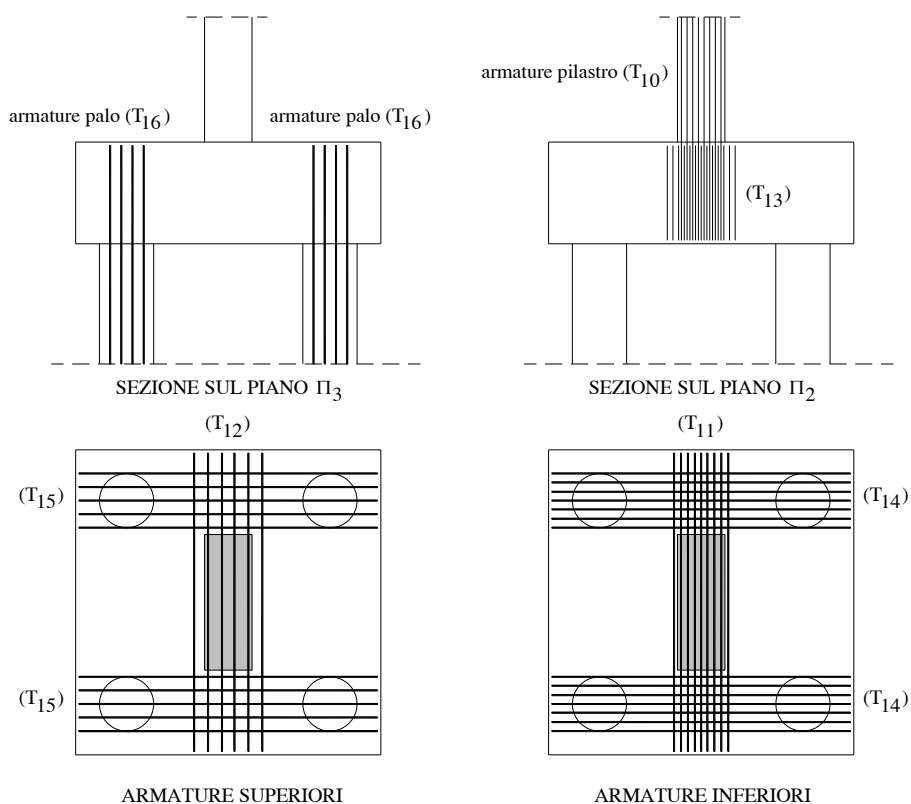


Figura A10.10 Plinto di fondazione su pali.


 Figura A10.11 Modello S&T nel piano  $\pi_1$ .



**Figura A10.12** Modelli S&T nel piano  $\pi_2$  e nel piano  $\pi_3$ .



**Figura A10.13** Disposizione schematica delle armature nel plinto su quattro pali.

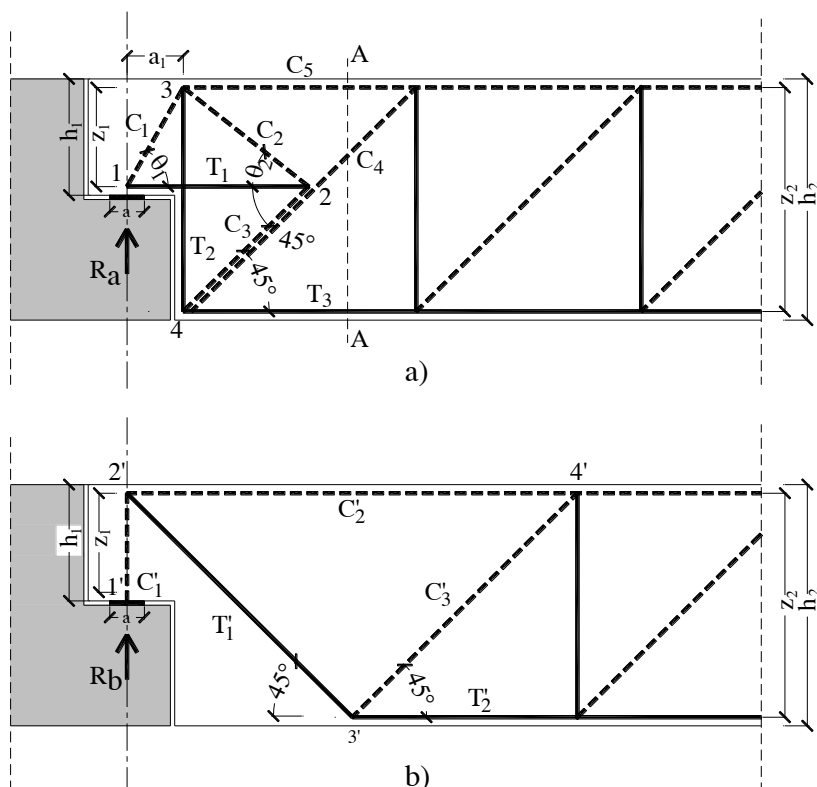
## 10.5 Esempio 10.5. Sella Gerber

*Definire il modello S&T di una sella Gerber ed indicare la disposizione delle armature.*

v) Per il progetto di una sella Gerber si possono considerare due diversi modelli S&T, che eventualmente possono essere combinati tra loro [p.to 10.9.4.6(1)]: un modello a) con armatura di sospensione verticale (fig. A10.14a) ed un modello b) con armatura inclinata (fig. A10.14b). Sebbene l'EC2 lasci la possibilità di utilizzare anche solo uno dei due tralicci e quindi una sola delle due disposizioni di armatura, il progetto con uno solo dei due modelli non risulta soddisfacente.

Infatti, se si utilizza solo il traliccio a) occorre prevedere un'armatura longitudinale superiore alla quale ancorare il tirante verticale 3-4 della figura A10.14a, nonché aggiungere le armature di confinamento del puntone inclinato  $C_1$ . Se viceversa si utilizza il modello b) si lascia completamente privo di armature il bordo inferiore della sella, il cui comportamento risulta pertanto carente in esercizio.

Il progetto delle armature può essere eseguito più correttamente combinando tra loro i due tralicci, affidando per esempio a ciascuno il 50 % della reazione della sella.



**Figura A10.14** Modelli S&T di una sella Gerber.

***Traliccio a)***

Si indica con  $R_a$  l'aliquota della reazione della sella che viene assegnata al traliccio a); si ribadisce che  $R_a$  può coincidere con tutta la reazione  $R$  della sella, se si fa riferimento solo al traliccio a), oppure ad un'aliquota (normalmente il 50%) se si usa una combinazione del traliccio a) con il traliccio b).

***Definizione della posizione delle aste del traliccio***

La posizione del corrente compresso è nota una volta determinato il momento resistente della sezione della trave; essa si ricava infatti considerando il baricentro della risultante delle compressioni nel calcestruzzo e nell'armatura superiore compressa. Gli altri dati geometrici del problema si ricavano con semplici calcoli trigonometrici.

***Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio a)***

Equilibrio nodo 1

$$C_1 = R_a / \sin \theta_1$$

$$T_1 = R_a / \tan \theta_1$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 \cos \theta_2 + C_3 \cos 45^\circ = T_1$$

$$C_2 \sin \theta_2 = C_3 \sin 45^\circ$$

da cui:

$$C_2 = T_1 / (\sin \theta_2 + \cos \theta_2) = \frac{R_a}{\tan \theta_1 (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)}$$

$$C_3 = C_2 \sin \theta_2 / \sin 45^\circ = \frac{R_a \sin \theta_2 / \sin 45^\circ}{\tan \theta_1 (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)} = \frac{\sqrt{2} R_a}{\tan \theta_1 (1 + \cotg \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 3

$$T_2 = C_1 \sin \theta_1 + C_2 \sin \theta_2 = R_a + \frac{R_a \sin \theta_2}{\tan \theta_1 (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)} = R_a + \frac{R_a}{\tan \theta_1 (1 + \cotg \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 4

$$C_4 \sin 45^\circ + C_3 \sin 45^\circ = T_2$$

da cui

$$C_4 = T_2 / \sin 45^\circ - C_3$$

e sostituendo i valori di  $C_3$  e  $T_2$

$$C_4 = \left[ R_a + \frac{R_a}{\tan \theta_1 (1 + \cotg \theta_2)} \right] \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2} R_a}{\tan \theta_1 (1 + \cotg \theta_2)} = \sqrt{2} R_a^6$$

---

<sup>6</sup> L'espressione di  $C_4$  può essere ricavata direttamente anche dall'equilibrio alla traslazione verticale sulla sezione di Ritter A-A:  $C_4 \sin 45^\circ = R_a$  da cui:  $C_4 = \sqrt{2} R_a$ .

infine

$$T_3 = C_3 \cos 45^\circ + C_4 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2} R_a}{\tan \theta_1 (1 + \cotg \theta_2)} \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} R_a \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{R_a}{\tan \theta_1 (1 + \cotg \theta_2)} + R_a$$

Il prospetto A10.2 riepiloga le espressioni degli sforzi nelle aste del traliccio a).

**Prospetto A10.2** Sforzi nelle aste del traliccio a) della sella Gerber

$C_1$	$R_a / \sin \theta_1$
$C_2$	$R_a / [\tan \theta_1 \cdot (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)]$
$C_3$	$\sqrt{2} R_a / [\tan \theta_1 \cdot (1 + \cotg \theta_2)]$
$C_4$	$\sqrt{2} R_a$
$T_1$	$R_a / \tan \theta_1$
$T_2$	$R_a + R_a / [\tan \theta_1 \cdot (1 + \cotg \theta_2)]$
$T_3$	$R_a + R_a / [\tan \theta_1 \cdot (1 + \cotg \theta_2)]$

**Traliccio b)**

Si indica con  $R_b$  l'aliquota della reazione della sella che viene assegnata al traliccio b).

**Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio b)**

Equilibrio nodo 1'

$$C'_1 = R_b$$

Equilibrio nodo 2'

$$T'_1 \sin 45^\circ = C'_1$$

da cui

$$T'_1 = \sqrt{2} C'_1 = \sqrt{2} R_b$$

$$C'_2 = T'_1 \cos 45^\circ = R_b$$

Equilibrio nodo 3'

$$T'_1 \sin 45^\circ = C'_3 \sin 45^\circ, \quad C'_3 = T'_1 = \sqrt{2} R_b$$

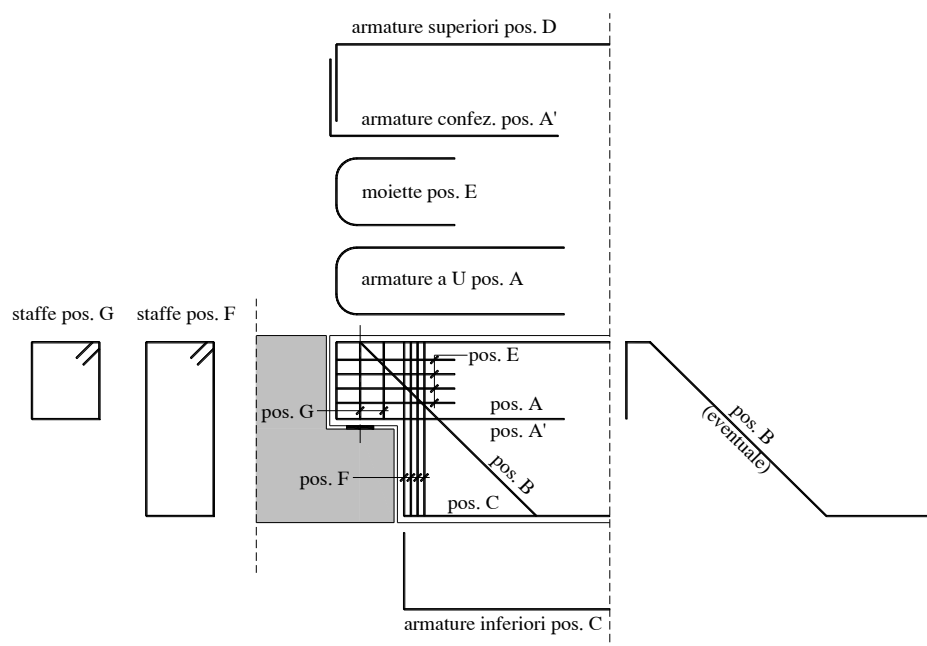
$$T'_2 = T'_1 \cos 45^\circ + C'_3 \cos 45^\circ = 2 \left( \sqrt{2} R_b \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 2 R_b.$$

Il prospetto A10.3 riepiloga le espressioni degli sforzi nelle aste del traliccio b), mentre la fig. A10.15 mostra la disposizione schematica delle armature della sella Gerber.

<sup>7</sup>  $T_3 = T_2$  per l'equilibrio nella direzione degli assi dei puntoni  $C_3$  e  $C_4$ .

**Prospetto A10.3** Sforzi (in modulo) e dimensioni delle aste del traliccio b) della sella Gerber.

$C'_1$	$R_b$
$C'_2$	$R_b$
$C'_3$	$\sqrt{2} R_b$
$T'_1$	$\sqrt{2} R_b$
$T'_2$	$2 R_b$



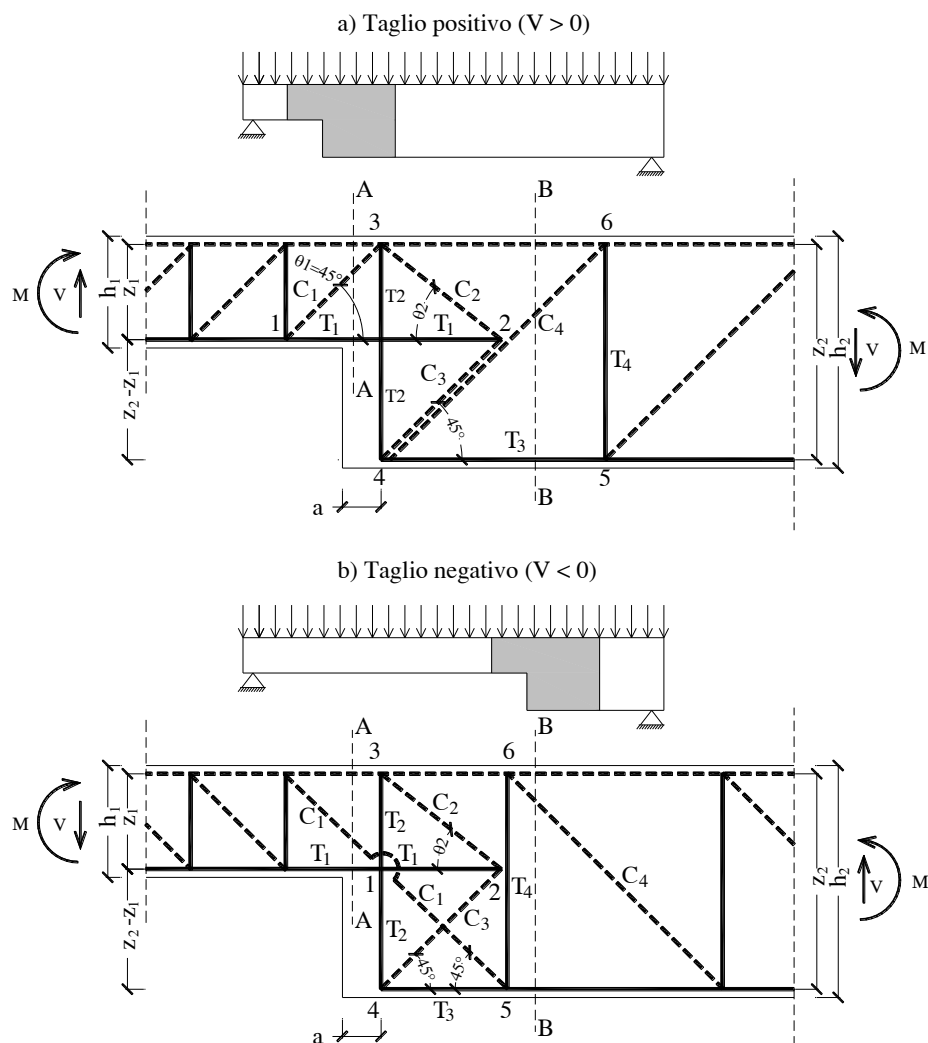
**Figura A10.15** Disposizione schematica delle armature nella sella Gerber. Se il progetto è eseguito con riferimento al solo traliccio a), l'armatura inclinata (pos. B) non è necessaria.

## 10.6 Esempio 10.6. Brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa

*Identificare il modello tiranti tirante-puntone in corrispondenza di una brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa.*

w) Il modello S&T per l'analisi della regione "D" corrispondente ad una brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa, con aumento di sezione e soggetta a momento flettente positivo e taglio positivo, coincide con il primo dei due modelli utilizzati nel progetto della sella Gerber dell'esempio 10.5. L'unica differenza è rappresentata dal fatto che l'angolo

$\theta_1$  nella figura A10.16a è assunto pari a  $45^\circ$ , mentre nella sella Gerber il suo valore varia con la snellezza della sella stessa.



**Figura A10.16** Modello S&T per una brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa con  $h_2 > 2h_1$ : a) con taglio positivo, b) con taglio negativo (i valori di  $V$  e  $M$  sono calcolati in corrispondenza della variazione di sezione; il tirante verticale  $T_2$  tra i nodi 3 e 4 è posto a distanza  $a$  dal cambio di sezione, perché le staffe verticali che lo costituiscono sono distribuite su un tratto lungo  $2a$ , fig. A10.17).

Nella figura A10.16 sono illustrati i modelli S&T sia per il caso di taglio positivo sia per quello di taglio negativo, assumendo in entrambi i casi che le bielle di calcestruzzo siano

inclinate di  $45^\circ$ . Di seguito si riportano inoltre i calcoli per la determinazione degli sforzi nelle aste di entrambi i tralicci.

Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio in presenza di taglio positivo (fig. A10.16a)  
Sez. di Ritter (A-A)

$$C_1 = \sqrt{2} V$$

$$T_1 = M/z_1$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 \cos \theta_2 + C_3 \cos 45^\circ = T_1$$

$$C_2 \sin \theta_2 = C_3 \sin 45^\circ$$

da cui

$$C_2 = T_1 / (\sin \theta_2 + \cos \theta_2) = \frac{M}{z_1 (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)}$$

$$C_3 = C_2 \sin \theta_2 / \sin 45^\circ = \frac{M}{z_1} \frac{\sin \theta_2}{\sin 45^\circ (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)} = \frac{\sqrt{2} M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 3

$$T_2 = C_1 \sin 45^\circ + C_2 \sin \theta_2 = \sqrt{2} V \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{M \sin \theta_2}{z_1 (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)} = V + \frac{M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 4

$$C_4 \sin 45^\circ + C_3 \sin 45^\circ = T_2$$

da cui

$$C_4 = T_2 / \sin 45^\circ - C_3$$

e sostituendo le espressioni di  $C_3$  e  $T_2$

$$C_4 = \left[ V + \frac{M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)} \right] \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2} M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)} = \sqrt{2} V^8$$

infine

$$T_3 = C_3 \cos 45^\circ + C_4 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2} M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)} \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} V \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{M}{z_1 (1 + \cotg \theta_2)} + V$$

che coincide con l'espressione di  $T_2$ .<sup>9</sup>

x) Equilibrio nodo 6

$$T_4 = C_4 \sin 45^\circ = \sqrt{2} V \frac{\sqrt{2}}{2} = V.$$

**Calcolo degli sforzi nelle aste del traliccio in presenza di taglio negativo (fig. A10.16b)**

<sup>8</sup> L'espressione di  $C_4$  può essere ricavata direttamente dall'equilibrio alla traslazione verticale sulla sezione di Ritter B-B:  $V = C_4 \sin 45^\circ$  da cui:  $C_4 = \sqrt{2} V$ .

<sup>9</sup> L'uguaglianza  $T_3 = T_2$  si può anche ricavare dall'equilibrio alla traslazione del nodo 4 nella direzione degli assi dei puntoni  $C_3$  e  $C_4$  (inclinati di  $45^\circ$  rispetto all'orizzontale).



Sez. di Ritter (A-A)

$$C_1 = \sqrt{2} V ; \quad T_1 = M/z_1$$

Equilibrio nodo 2

$$C_2 \cos \theta_2 + C_3 \cos 45^\circ = T_1$$

$$C_2 \sin \theta_2 = C_3 \sin 45^\circ$$

da cui

$$C_2 = T_1 / (\sin \theta_2 + \cos \theta_2) = \frac{M}{z_1} \frac{1}{(\sin \theta_2 + \cos \theta_2)}$$

$$C_3 = C_2 \sin \theta_2 / \sin 45^\circ = \frac{M}{z_1} \frac{\sqrt{2}}{(1 + \cotg \theta_2)}$$

Equilibrio nodo 3

$$T_2 = C_2 \sin \theta_2 = \frac{M}{z_1} \frac{1}{(1 + \cotg \theta_2)}^{10}$$

Equilibrio nodo 4

$$T_3 = C_3 \cos 45^\circ = \frac{M}{z_1} \frac{\sqrt{2}}{(1 + \cotg \theta_2)} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{M}{z_1} \frac{1}{(1 + \cotg \theta_2)} = T_2$$

Equilibrio nodo 5

$$T_4 = C_1 \sin 45^\circ = V$$

Equilibrio nodo 6

$$C_4 \sin 45^\circ = T_4$$

da cui

$$C_4 = \sqrt{2} T_4 = \sqrt{2} V$$

Il prospetto A10.4 riassume le espressioni degli sforzi nelle aste dei due tralicci (con taglio positivo o negativo).

Nel caso particolare in cui risulti  $z_1 = 0,5 z_2$  e quindi  $\theta_2 = 45^\circ$  le espressioni degli sforzi nei tiranti si semplificano nelle seguenti

y) se  $V > 0$  (traliccio a)

$$T_1 = M / z_1 \quad T_2 = T_3 = V + 0,5 M / z_1 = V + M / z_2 ; \quad T_4 = V$$

z) se  $V < 0$  (traliccio b)

$$T_1 = M / z_1 \quad T_2 = T_3 = 0,5 M / z_1 = M / z_2 ; \quad T_4 = V$$

**Prospetto A10.4** Sforzi nelle aste dei tralicci della figura A10.16.

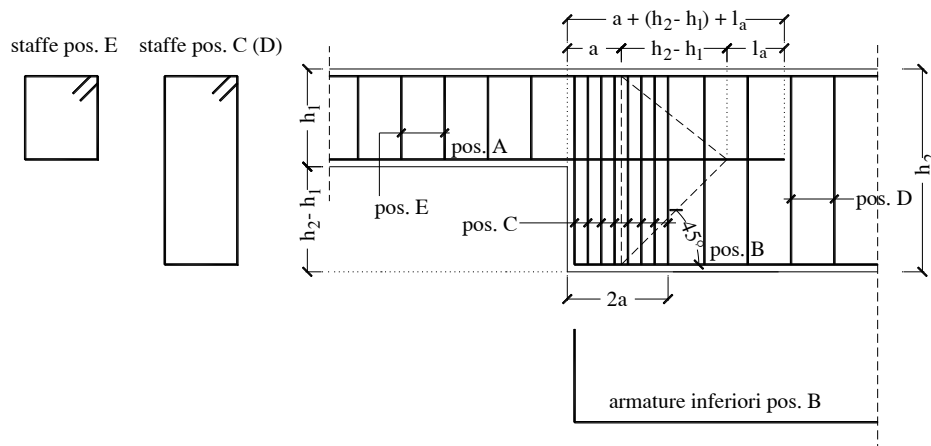
<sup>10</sup> In alternativa lo sforzo nel tirante  $T_2$  si può ricavare dall'equilibrio alla traslazione verticale del nodo 4:

$$T_2 = C_3 \sin 45^\circ = \frac{M}{z_1} \frac{\sqrt{2}}{(1 + \cotg \theta_2)} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{M}{z_1} \frac{1}{(1 + \cotg \theta_2)}$$

Asta	Traliccio a) con taglio V positivo	Traliccio b) con taglio V negativo
$C_1$	$\sqrt{2} V$	$\sqrt{2} V$
$C_2$	$(M / z_1) / (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)$	$(M / z_1) / (\sin \theta_2 + \cos \theta_2)$
$C_3$	$\sqrt{2} (M / z_1) / (1 + \cotg \theta_2)$	$\sqrt{2} (M / z_1) / (1 + \cotg \theta_2)$
$C_4$	$\sqrt{2} V$	$\sqrt{2} V$
$T_1$	$M/z_1$	$M/z_1$
$T_2$	$V + (M / z_1) / (1 + \cotg \theta_2)$	$(M / z_1) / (1 + \cotg \theta_2)$
$T_3$	$V + (M / z_1) / (1 + \cotg \theta_2)$	$(M / z_1) / (1 + \cotg \theta_2)$
$T_4$	$V$	$V$

Si noti come nel traliccio a) il tirante  $T_2$  sia chiamato ad equilibrare sia il taglio sia la componente verticale delle bielle inclinate  $C_2$  e  $C_3$  per l'ancoraggio del tirante  $T_1$ , mentre nel traliccio b)  $T_2$  equilibra solo quest'ultima.

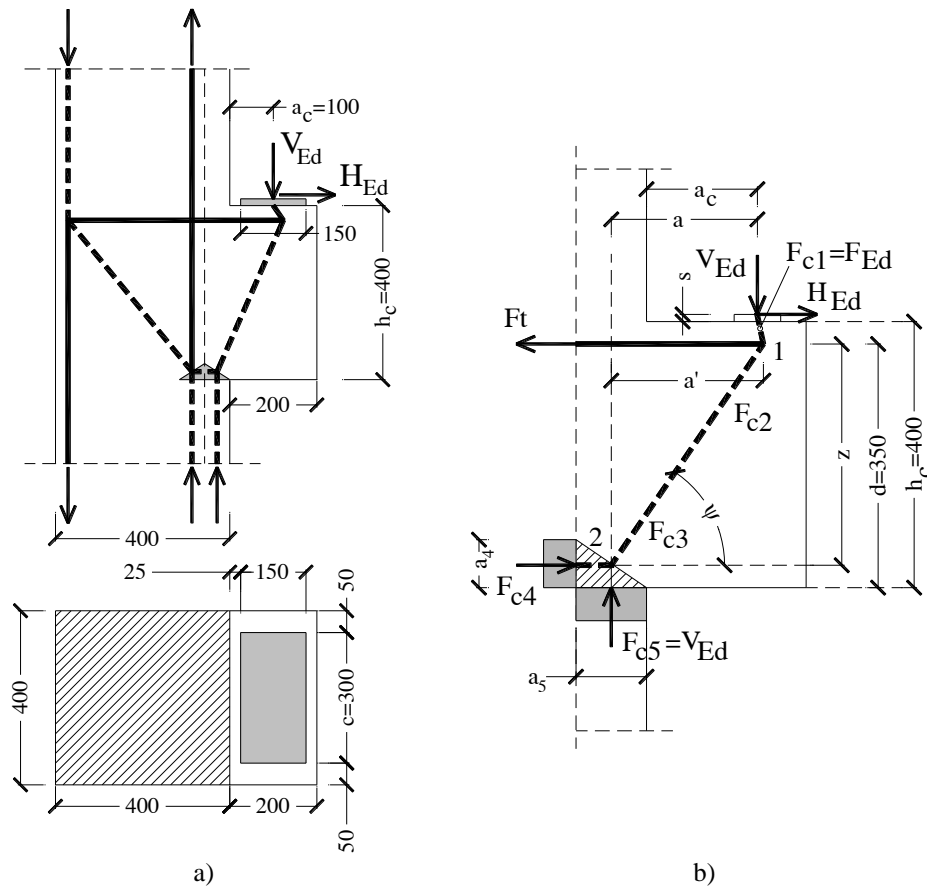
La figura A10.17 mostra la possibile disposizione delle armature in corrispondenza della brusca variazione di sezione.



**Figura A10.17** Disposizione schematica delle armature in corrispondenza di una brusca variazione dell'intradosso di una trave inflessa con  $h_2 > 2h_1$  (l'armatura in pos. A va prolungata di un tratto pari ad  $(a + h_2 - h_1 + l_a)$ , dove  $a$  è pari alla metà del tratto su cui sono distribuite le staffe C e  $l_a$  è la lunghezza di ancoraggio).

## 10.7 Esempio 10.7. Mensola tozza

Si progetti la mensola tozza avente le dimensioni mostrate nella figura A10.18. I materiali sono i seguenti: calcestruzzo C35/45 -  $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$ , acciaio B450C -  $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$ . La mensola è soggetta ai seguenti carichi: carico verticale  $V_{Ed} = 700000 \text{ N} = 700 \text{ kN}$  e carico orizzontale:  $H_{Ed} = 70000 \text{ N} = 70 \text{ kN}$ .



**Figura A10.18** Mensola tozza di 200×400 mm: a) geometria e modello S&T di mensola e pilastro (il modello S&T indicato per il pilastro ipotizza la presenza di momenti antiorari nelle sezioni inferiore e superiore), b) modello S&T della mensola; per comodità di notazione lo sforzo nel puntone inclinato è indicato con  $F_{c2}$  nel nodo 1 e con  $F_{c3} (= F_{c2})$  nel nodo 1.

aa) La risultante dei carichi verticale e orizzontale è pari a

$$F_{Ed} = (V_{Ed}^2 + H_{Ed}^2)^{0,5} = 703491 \text{ N}$$

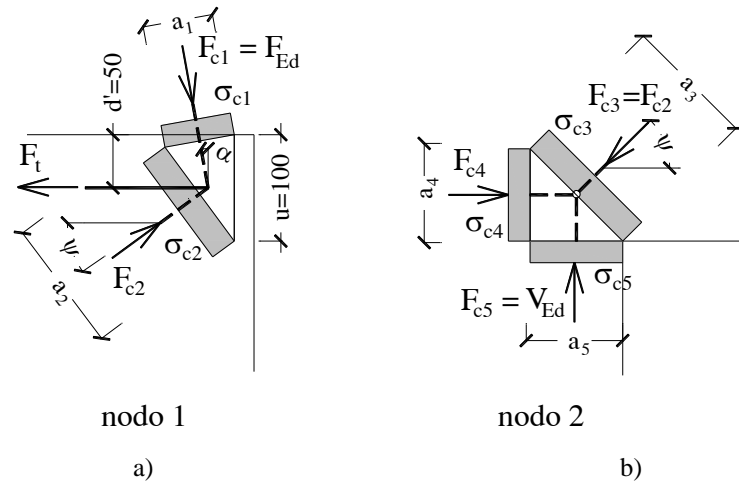
bb) e l'inclinazione  $\alpha$  della risultante rispetto alla direzione verticale vale

$$\alpha = \arctan (H_{Ed}/V_{Ed}) = 5,71^\circ$$

L'armatura principale è disposta su due strati di altezza  $u$  pari a 100 mm (fig. A10.19), cosicché il baricentro dell'armatura dista  $d' = 50$  mm dall'estradosso della mensola e l'altezza utile vale  $d = h_c - 50 = 350$  mm, dove  $h_c = 400$  mm è l'altezza della mensola.

#### Resistenza di progetto del calcestruzzo

$$f_{cd} = \frac{0,85 f_{ck}}{1,5} = \frac{0,85 \cdot 35}{1,5} = 19,83 \text{ N/mm}^2$$



**Figura A10.19** Nodi 1 e 2 del traliccio.

**Resistenza di progetto dell'acciaio**

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{450}{1,15} = 391,3 \text{ N/mm}^2$$

**Resistenza a compressione nodi**

Dal prospetto 10.10 per  $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$  risulta

Nodi compressi

$$\sigma_{1Rd,max} = 16,46 \text{ N/mm}^2$$

Nodi compressi-tesi con tiranti ancorati disposti in una direzione

$$\sigma_{2Rd,max} = 14,00 \text{ N/mm}^2$$

Nodi compressi-tesi con tiranti ancorati disposti in più di una direzione

$$\sigma_{3Rd,max} = 12,35 \text{ N/mm}^2$$

**Calcolo degli sforzi  $F_t$  e  $F_{c4}$** 

Si determina la larghezza  $a_5$  della porzione di puntone verticale del pilastro in equilibrio con  $V_{Ed}$ , imponendo che la tensione di compressione sia pari a  $\sigma_{1Rd,max}$ , poiché il nodo 2 è un nodo tutto compresso

$$a_5 = \frac{V_{Ed}}{\sigma_{1Rd,max} b} = \frac{700000}{16,46 \cdot 400} \cong 106 \text{ mm}$$

cc) il nodo 2 è situato alla distanza  $a_5/2 \cong 53 \text{ mm}$  dalla faccia esterna del pilastro, pertanto la distanza orizzontale del punto di applicazione dei carichi esterni dal nodo 2 vale (figura A10.18b)

$$a = a_c + a_5/2 = 100 + 53 = 153 \text{ mm}$$

dd) trovandosi il baricentro dell'armatura superiore alla distanza  $d' = 50 \text{ mm}$  dall'estradosso della mensola ed ipotizzando uno spessore  $s$  della piastra di carico pari a 20 mm, la distanza orizzontale del nodo 1 dal punto di applicazione dei carichi sulla piastra è uguale a (figura a10.20b)

$$e = (d' + s) \tan \alpha = 70 \cdot (H_{Ed}/V_{Ed}) = 7 \text{ mm}$$

dove  $\alpha$  è l'angolo calcolato sopra che la risultante  $F_{Ed}$  dei carichi esterni forma con la direzione verticale, mentre la distanza orizzontale del nodo 2 dal nodo 1 vale

$$a' = a + e = 153 + 7 = 160 \text{ mm}$$

Assunto il braccio della coppia interna  $z$  pari a  $0,8 \cdot d$  ( $z = 0,8 \cdot 350 = 280 \text{ mm}$ ) ed indicata con  $a_4$  l'altezza del nodo 2 (fig. A10.19b), si ha che la distanza dello stesso nodo 2 dal lembo inferiore della mensola è pari a

$$a_4/2 = d - z = 0,2d = 0,2 \cdot 350 = 70 \text{ mm}$$

ee) da cui si ricava:  $a_4 = 140 \text{ mm}$ .

Con riferimento alla figura a10.20 si ha:

– equilibrio alla rotazione intorno al nodo 2

$$V_{Ed} a' = (F_t - H_{Ed}) z$$

$$700000 \cdot 160 = F_t \cdot 280 - 70000 \cdot 280$$

$$F_t = \frac{700000 \cdot 160 + 70000 \cdot 280}{280} = 470000 \text{ N} \cong 470 \text{ kN}$$

– equilibrio alla traslazione orizzontale

$$F_{c4} = F_t - H_{Ed} = 470000 - 70000 = 400000 \text{ N} = 400 \text{ kN}$$

**Calcolo della forza di compressione nel puntone inclinato ( $F_{c2} = F_{c3}$ )**

L'angolo  $\psi$  che il puntone forma con la direzione orizzontale è pari a:

$$\psi = \arctan \frac{z}{a'} = \arctan \frac{280}{160} = 60,26^\circ$$

dall'equilibrio alla traslazione verticale del nodo 1 si ha

$$F_{c2} \sin \psi = V_{Ed}$$

$$F_{c2} = \frac{V_{Ed}}{\sin \psi} = \frac{700000}{\sin 60,26^\circ} = 806187 \text{ N} \cong 806 \text{ kN}$$

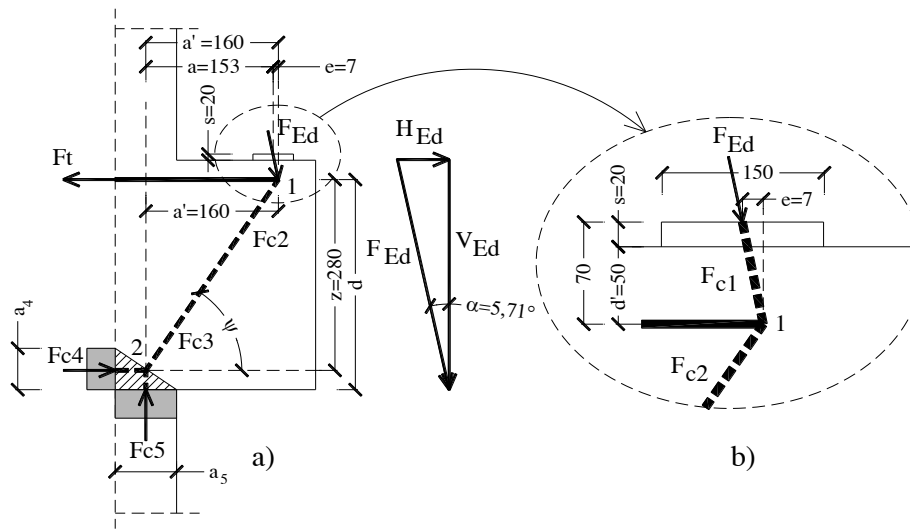
**Verifica del nodo 2**

Risulta (fig. A10.19b)

$$a_3 = \sqrt{a_4^2 + a_5^2} = \sqrt{140^2 + 106^2} \cong 176 \text{ mm}$$

$$\sigma_{c3} = \frac{F_{c3}}{a_3 b} = \frac{F_{c2}}{a_3 b} = \frac{806187}{176 \cdot 400} = 11,45 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{1Rd,max}$$

$$\sigma_{c4} = \frac{F_{c4}}{a_4 b} = \frac{400000}{140 \cdot 400} = 7,14 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{1Rd,max}$$

**Figura A10.20** Schema di calcolo della forza di trazione nell'armatura principale.**Progetto dell'armatura principale superiore**

$$A_s = \frac{F_t}{f_{yd}} = \frac{470000}{391,3} = 1201 \text{ mm}^2$$

si adottano 8φ14 ( $A_s = 1232 \text{ mm}^2$ )**Verifica del nodo 1 (sotto la piastra di carico)**Le dimensioni  $a_1$  e  $u$  valgono

$$a_1 = 150 \cos \alpha = 149 \text{ mm (fig. A10.21); } u = 100 \text{ mm}$$

inoltre, con riferimento alla figura A10.22a, si ha

$$a_1 \cos \alpha = a_2 \cos \beta$$

$$a_1 \sin \alpha + a_2 \sin \beta = u$$

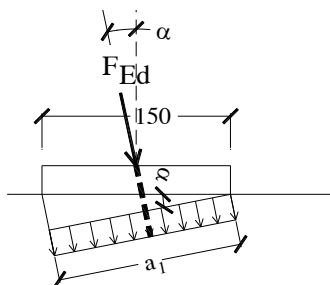
da cui

$$\beta = \arctan \frac{u - a_1 \sin \alpha}{a_1 \cos \alpha} = 29,83^\circ$$

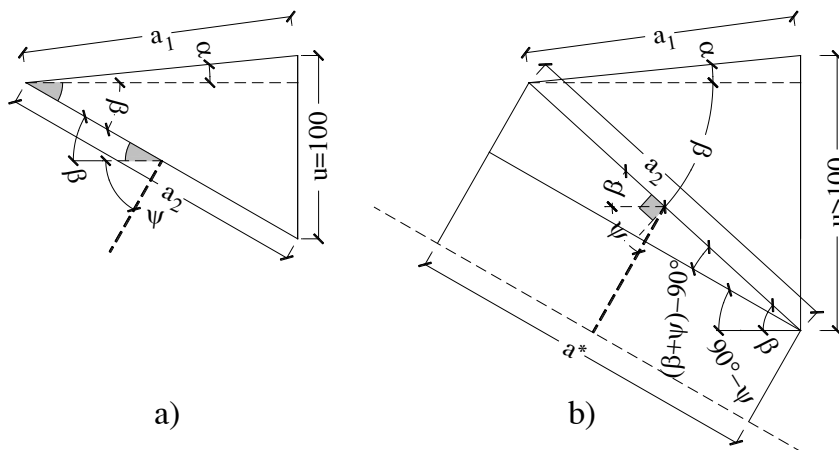
$$a_2 = \frac{u - a_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 171 \text{ mm}$$

La verifica delle tensioni nel nodo 1 va eseguita con riferimento alla larghezza della piastra  $c = 300 \text{ mm}$ :

$$\sigma_{c1} = \frac{F_{Ed}}{a_1 c} = \frac{703491}{149 \cdot 300} = 15,74 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{2Rd, \max} = 14,08 \text{ N/mm}^2$$



**Figura A10.21** Larghezza  $a_1$  del puntone  $F_{c1}$ .



**Figura A10.22** Geometria del nodo 1 (nodo sotto la piastra di carico): a)  $u = 100 \text{ mm}$ , b)  $u > 100 \text{ mm}$ .

La verifica sulla faccia  $a_1$  non è soddisfatta; si adotta allora una larghezza  $c$  della piastra di 350 mm

$$\sigma_{c1} = \frac{F_{Ed}}{a_1 c} = \frac{703491}{149 \cdot 350} = 13,49 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{2Rd, \max}$$

Si completa la verifica del nodo, considerando la tensione di compressione sulla faccia  $a_2$ .

Con riferimento alla figura a10.22a, risulta  $\beta + \psi = 29,83^\circ + 60,26^\circ = 90,09^\circ \cong 90^\circ$ , pertanto l'asse del puntone si può considerare ortogonale alla faccia  $a_2$  del nodo 1.

$$\sigma_{c2} = \frac{F_{c2}}{a_2 c} = \frac{806187}{171 \cdot 350} = 13,47 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{2Rd, \max}$$

Se fosse  $(\beta + \psi) > 90^\circ$ , come si verifica per valori di  $u > 100$  mm, la tensione di compressione sulla faccia del nodo andrebbe valutata sulla sezione trasversale  $a^*$  del puntone inclinato, ossia ortogonalmente all'asse del puntone (fig. A10.22b).

### ***Disposizione delle armature***

Per la disposizione delle armature si rimanda all'esempio 10.8.

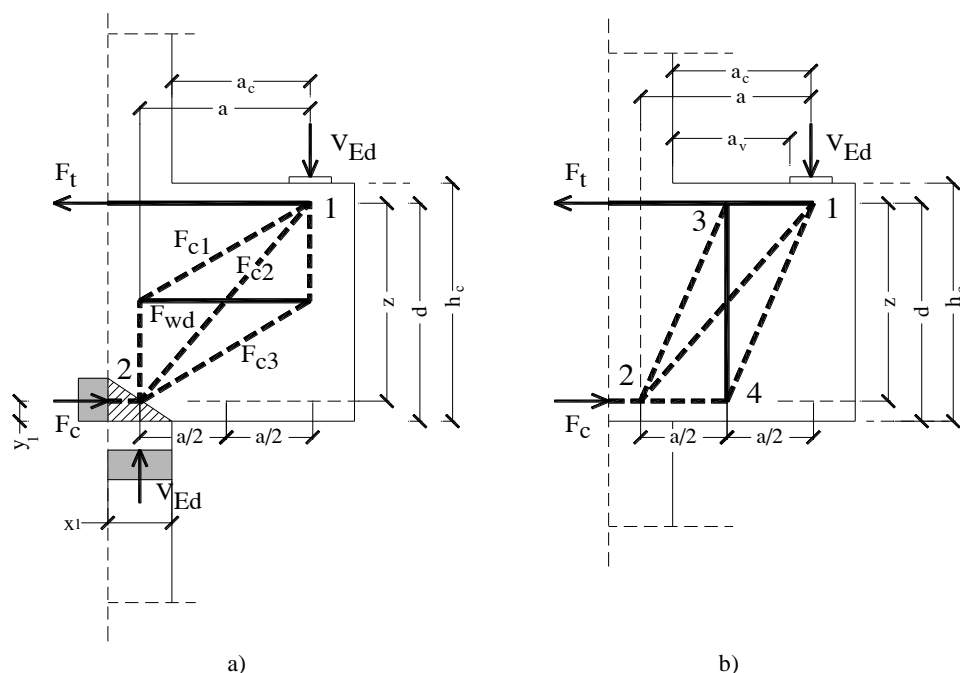


## 10.8 Esempio 10.8. Armatura secondaria di una mensola tozza

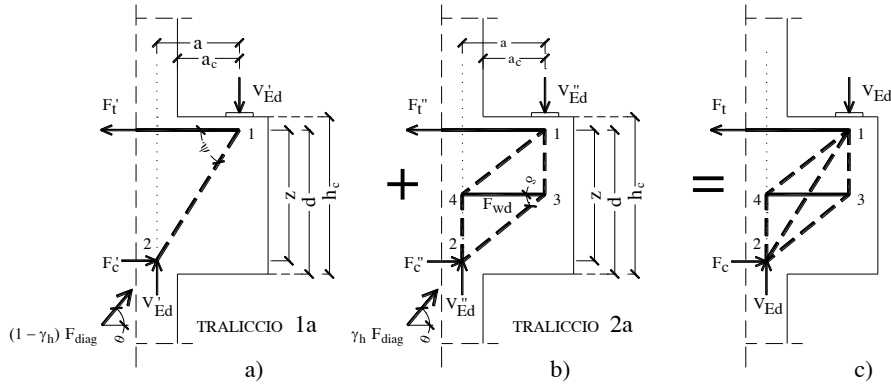
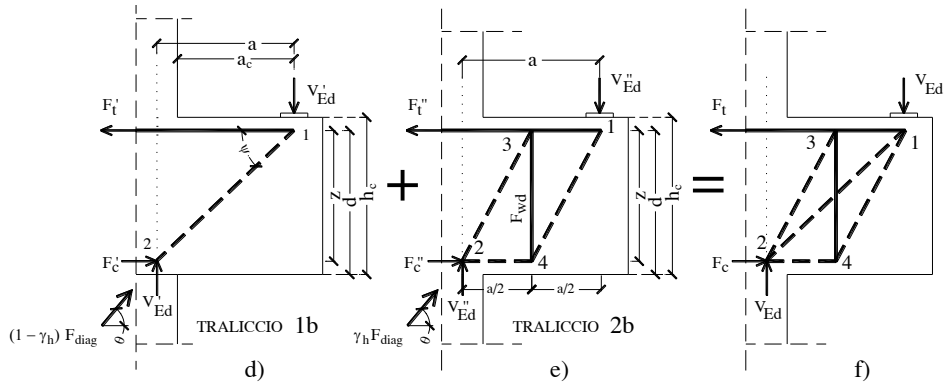
Si progetti l'armatura secondaria della mensola dell'esempio 10.7.

Per tenere conto della diffusione dello sforzo di compressione all'interno del puntone inclinato compreso tra i nodi 1 e 2, il traliccio dell'esempio 10.7 va completato in modo da assumere una delle due configurazioni mostrate nella figura A10.23. Questi tralicci consentono di progettare un'ideale armatura trasversale, orizzontale oppure verticale, in grado di assorbire le tensioni di trazione associate alla diffusione del carico. Senza perdere di generalità si fa riferimento al caso di solo carico verticale, poiché le considerazioni riportate di seguito non cambiano in presenza di un carico orizzontale, fatto salvo che la posizione del nodo 1 sotto la piastra di carico risulterà spostato verso destra o sinistra, come visto nell'esempio 10.7, e che lo sforzo nell'armatura principale risulterà maggiorato o diminuito della forza orizzontale sollecitante.

L'armatura secondaria può essere progettata con riferimento a uno dei due tralicci mostrati nella figura A10.24: si adotterà il traliccio 2a per mensole con  $a_c \leq h_c/2$  ed il traliccio 2b per mensole con  $a_c > h_c/2$ . I due tralicci si differenziano per il diverso rapporto luce-altezza  $a_c/h_c$ : EC2 suggerisce l'uso di staffe orizzontali o inclinate per  $a_c \leq h_c/2$  (fig. A10.27) e l'uso di staffe chiuse verticali per  $a_c > h_c/2$  (fig. A10.28). Le ragioni di queste diverse disposizioni sono legate alla differente inclinazione del puntone compresso che trasferisce il carico dalla faccia superiore della mensola fino al pilastro.



**Figura A10.23** Mensola tozza: a)  $a_c \leq h_c/2$ , b)  $a_c > h_c/2$ .

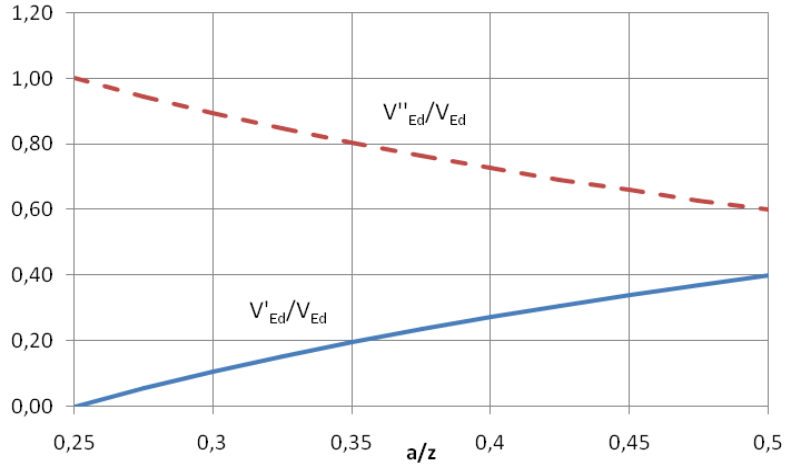
caso a)  $a_c \leq h_c/2$ caso b)  $a_c > h_c/2$ 

**Figura A10.24** Modello S&T di una mensola tozza come somma di due tralici elementari: caso a) (in alto) per una mensola con  $a_c \leq h_c/2$ ; caso b) (in basso) per una mensola con  $a_c > h_c/2$ .

Nel primo caso il puntone è poco inclinato rispetto alla direzione verticale (quindi le tensioni di diffusione sono pressappoco orizzontali), mentre nel secondo caso l'asse del puntone tende alla direzione orizzontale e pertanto le staffe verticali sono più idonee ad assorbire le trazioni legate alla diffusione dello sforzo di compressione nel puntone.

Inoltre per  $a_c > h_c/2$  l'adozione dell'armatura secondaria è suggerita dall'EC2 solo se il taglio sollecitante supera il taglio resistente  $V_{Rd,ct}$  in assenza di armature trasversali; tuttavia, per limitare la fessurazione, è opportuno ricorrere sempre all'adozione di staffe verticali.

Il traliccio 2, sovrapposto al traliccio 1 (già utilizzato nell'esempio 10.7 per il progetto dell'armatura principale superiore), dà origine in entrambi i casi ad un traliccio iperstatico, dove gli sforzi normali nelle singole aste non possono essere determinati con sole considerazioni di equilibrio.



**Figura A10.25** Mensola tozza con  $a_c \leq h_c/2$ : andamento dei rapporti  $V'_{Ed}/V_{Ed}$  (linea continua) e  $V''_{Ed}/V_{Ed}$  (linea tratteggiata) al variare di  $a/z$  ( $V'_{Ed}$  è l'aliquota di carico verticale sul traliccio 1a e  $V''_{Ed}$  quello sul traliccio 2a mostrati in fig. A10.24).

Per ciascuno dei due casi occorre allora individuare un criterio per ripartire il carico tra i due tralicci. Di seguito si forniscono le indicazioni per effettuare la ripartizione.

**Caso a:  $a_c \leq h_c/2$**

Sulla base dell'andamento degli sforzi principali di compressione ricavato da analisi elastiche lineari agli elementi finiti, il carico  $V_{Ed}$  si può ripartire nelle due seguenti aliquote (fig. A10.25):

$$V'_{Ed} = \frac{4 - \frac{z}{a}}{\frac{z}{a} + 3} \cdot V_{Ed} \quad \text{per il traliccio 1a}$$

$$V''_{Ed} = \frac{2 \frac{z}{a} - 1}{\frac{z}{a} + 3} \cdot V_{Ed} \quad \text{per il traliccio 2a}$$

Lo sforzo nell'armatura secondaria si calcola considerando il traliccio 2a soggetto al carico  $V''_{Ed}$ ; dall'equilibrio alla rotazione intorno al nodo 2 si ha (figura a10.24b):

$$F''_t = V''_{Ed} \frac{a}{z}$$

e dall'equilibrio alla traslazione orizzontale dei nodi 1 e 4 si ricava che il tirante superiore ed il tirante 3-4 devono sopportare lo stesso sforzo di trazione, pari alla componente orizzontale dello sforzo di compressione nel puntone 1-4:

$$F_{wd} = F''_t = V''_{Ed} \frac{a}{z}$$

dalla quale, sostituendo a  $V''_{Ed}$  l'espressione scritta sopra, si ottiene

$$F_{wd} = \left( \frac{2 \frac{z}{a} - 1}{3 + \frac{z}{a}} \right) \cdot V_{Ed} \cdot \frac{a}{z}$$

L'espressione fornita dal Model Code 1990 per  $F_{wd}$  è la seguente

$$F_{wd} = \left( 2 \frac{z}{a} - 1 \right) \frac{F_t}{3 + V_{Ed}/F_t}$$

dove  $F_t$  è la forza complessiva nel tirante; esplicitando la forza  $F_t$  ( $F_t = V_{Ed} a / z$ ), si constata facilmente che l'espressione di  $F_{wd}$  fornita dal Model Code 1990 si riduce a quella ricavata sopra

$$F_{wd} = \left( 2 \frac{z}{a} - 1 \right) \frac{V_{Ed} \frac{a}{z}}{3 + \frac{V_{Ed} \frac{a}{z}}{V_{Ed} \frac{a}{z}}} = \frac{2 \frac{z}{a} - 1}{3 + \frac{z}{a}} \cdot V_{Ed} \cdot \frac{a}{z}$$

La figura A10.26 mostra l'andamento del rapporto  $F_{wd}/V_{Ed}$  al variare di  $a/z$ : il massimo valore si registra per  $a/z = 0,5$  ed è pari a 0,3.

EC2 suggerisce un quantitativo minimo di armatura secondaria orizzontale non inferiore al 25 % dell'armatura principale [p.to J.3(2)].

Indicata con  $F_t$  la resistenza dell'armatura principale, quella dell'armatura secondaria deve quindi soddisfare la condizione

$$F_{wd,min} \geq 0,25 F_t$$

poiché  $F_t = V_{Ed} a / z$  (dall'equilibrio alla rotazione intorno al nodo 2, fig. A10.24c), la disuguaglianza può essere riscritta come

$$F_{wd,min} / V_{Ed} \geq 0,25 a / z$$

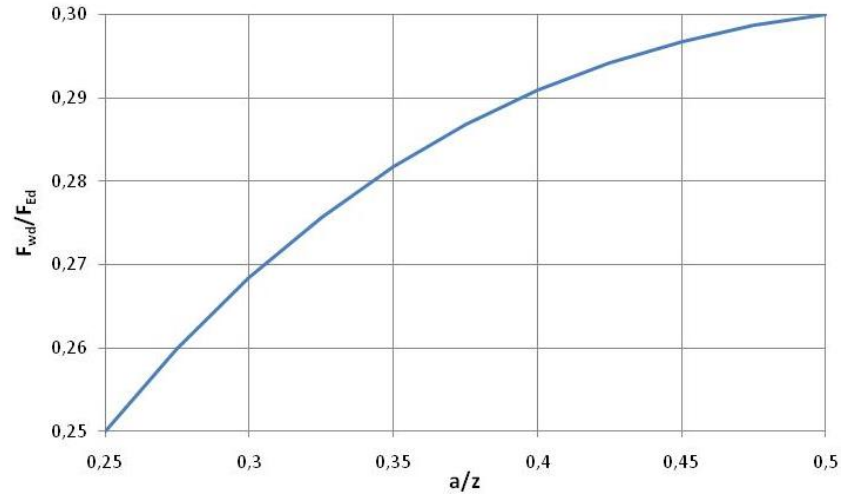
Per  $a/z$  nell'intervallo  $[0,25; 0,5]$  il rapporto  $F_{wd,min} / V_{Ed}$  assume valori compresi tra 0,0625 e 0,125 ossia valori inferiori a quelli che si ottengono con la formula di progetto riportata sopra ed i cui risultati sono diagrammati nella figura A10.26. Pertanto, la formula di progetto fornisce un quantitativo di armatura secondaria che è sempre maggiore di quello minimo raccomandato dall'EC2.

L'armatura minima può invece risultare superiore a quella di calcolo in presenza di un carico orizzontale significativo; la forza nell'armatura principale assume in questo caso l'espressione

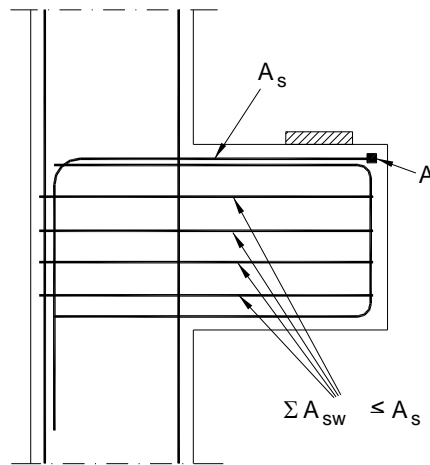
$$F_t = V_{Ed} (a/z) + H_{Ed}$$

e quindi

$$F_{wd,min}/V_{Ed} \geq 0,25 (a / z + H_{Ed} / V_{Ed})$$



**Figura A10.26** Mensola tozza con  $a_c \leq h_c/2$ : andamento del rapporto  $F_{wd} / V_{Ed}$  al variare di  $a/z$ .



**Figura A10.27** Mensola dotata di armatura secondaria orizzontale:  $A$  = dispositivi di ancoraggio o cappi (vedi figura a10.29),  $A_{s,main}$  = armatura principale,  $\Sigma A_{s,lnk}$  = armatura secondaria orizzontale.

**Caso b:  $a_c > h_c / 2$**

La forza  $F_{wd}$  nel tirante verticale viene calcolata ipotizzando che essa vari linearmente al variare di  $a$  e che si abbia

$$F_{wd} = 0 \quad \text{per } a = z/2$$

$$F_{wd} = V_{Ed} \text{ per } a = 2z$$

In altre parole, si ipotizza che per  $a \leq z/2$  (mensola molto tozza), il traliccio resistente si riduca al solo traliccio  $1b$  (fig. A10.24d) e per  $a \geq 2z$  al traliccio  $2b$  (fig. A10.24e); l'equazione di  $F_{wd}$  è quella di una retta di coefficiente angolare  $F_{w1}$  ed intercetta  $F_{w2}$

$$F_{wd} = F_{w1} a + F_{w2}$$

imponendo che sia

$$F_{wd} = 0 \quad \text{per } a = z/2$$

$$F_{wd} = V_{Ed} \quad \text{per } a = 2z$$

si ottiene

$$F_{w1} = \frac{2}{3} \frac{V_{Ed}}{z} \quad \text{e} \quad F_{w2} = -\frac{V_{Ed}}{3}$$

infine, l'espressione della retta che descrive la variazione di  $F_w$  al variare di  $a$  è la seguente

$$F_{wd} = \frac{2}{3} \frac{V_{Ed}}{z} a - \frac{V_{Ed}}{3} = V_{Ed} \frac{2a/z - 1}{3}$$

L'equilibrio alla traslazione verticale dei nodi 1 e 4 del traliccio  $2b$  fornisce

$$F_{wd} = V''_{Ed}$$

il rapporto  $[(2a/z - 1)/3]$  che compare nell'espressione di  $F_{wd}$  rappresenta quindi l'aliquota di carico verticale  $V''_{Ed}$  assorbita dal traliccio  $2b$ ; in particolare per  $a/z = 1$  questo rapporto vale  $1/3$ .

Il valore di  $F_{wd}$  è limitato inferiormente dal minimo quantitativo di staffe verticali suggerito da EC2 ( $A_{s,lnk} \geq 0,5 V_{Ed} / f_{yd}$ ) [p.to J.3(3)], che corrisponde a considerare una forza minima nelle staffe  $F_{wd,min} = 0,5 V_{Ed}$ .

Il valore massimo di  $F_{wd}$  è pari a  $V_{Ed}/3$  per  $a/z = 1$ ; questo valore è inferiore a quello corrispondente all'armatura secondaria minima verticale raccomandata da EC2, pertanto si può concludere che per  $a_c > h_c / 2$  l'armatura secondaria coincide sempre con quella minima.

Si passa ora al calcolo dell'armatura secondaria della mensola dell'esempio 10.7. Innanzitutto si verifica in quale caso ricade la mensola in oggetto, confrontando  $a_c$  con  $h_c / 2$ ; risulta

$$a_c = 100 \text{ mm}, h_c / 2 = 200 \text{ mm}$$

pertanto essendo  $a_c = h_c / 2$ , l'armatura secondaria potrebbe essere disposta in direzione orizzontale e calcolata con riferimento al traliccio  $2a$  oppure in direzione verticale e calcolata con riferimento al traliccio  $2b$ .

A rigore la scelta tra i due tipi di armatura secondaria dovrebbe basarsi sul valore del rapporto  $a/z$  (come indicato per esempio nel Model Code 1990) e non sul rapporto  $a_c/h_c$  (rapporto suggerito da EC2 perché di più immediata valutazione), in quanto l'effettiva inclinazione della biella compressa è definita proprio dal rapporto  $a/z$  e dipende quindi anche dal copriferro dell'armatura principale, nonché dalle dimensioni del nodo inferiore.

Con riferimento all'esempio 10.7, ma considerando  $a'$  al posto di  $a$  poiché il carico orizzontale sposta il nodo 1 del modello S&T verso l'esterno, si ha:

$$a' = 160 \text{ mm} \quad z = 280 \text{ mm} \quad \tan \psi = 280/160 = 1,75 \leq 2,5^{11}$$

<sup>11</sup> L'Appendice J dell'EC2 al p.to J.3(1) limita il campo di applicazione del modello tirante-puntone per il

ff) essendo  $a' > z/2$  il calcolo dell'armatura secondaria va eseguito con riferimento al traliccio  $2b$  della figura a10.24. Tuttavia, per completezza e per consentire un confronto tra i risultati ottenuti, il calcolo è eseguito sia con il traliccio  $2a$  sia con il traliccio  $2b$ .

**Progetto dell'armatura secondaria orizzontale (traliccio 2a) per la mensola dell'esempio 10.7**

La forza nell'armatura secondaria orizzontale può essere calcolata con la formula ricavata sopra

$$F_{wd} = \frac{2 \frac{z}{a} - 1}{3 + \frac{z}{a}} \cdot \frac{a}{z} \cdot V_{Ed}$$

oppure con quella equivalente del Model Code 1990

$$F_{wd} = \left( 2 \frac{z}{a} - 1 \right) \frac{F_t}{3 + \frac{V_{Ed}}{F_t}}$$

a condizione di sostituire in quest'ultima a  $F_t$  la differenza  $(F_t - H_{Ed})$ .

Inoltre, a causa della presenza del carico orizzontale, in entrambe le espressioni occorre utilizzare al posto della distanza  $a = 153$  mm, il braccio  $a' = 160$  mm (fig. A10.20a); si ottiene pertanto

$$F_{wd} = \frac{2 \frac{280}{160} - 1}{3 + \frac{280}{160}} \cdot \frac{160}{280} \cdot 700000 = 210526 \text{ N}^{12}$$

L'armatura secondaria avrà un'area complessiva non inferiore a

$$A_{sw} = \frac{F_{wd}}{f_{yd}} = \frac{210526}{391,3} \cong 538 \text{ mm}^2 \geq k_1 \cdot A_s = 0,25 \cdot 1232 = 308 \text{ mm}^2^{13}$$

si adottano 4 staffe  $\phi 10$  a due bracci ( $A_{sw} = 628 \text{ mm}^2$ ) (figura a10.27).

---

progetto delle mensole a valori di  $\tan \psi$  compresi tra 1 e 2,5 (N.B. nell'EC2 viene utilizzato il simbolo  $\theta$  al posto di  $\psi$  per indicare l'angolo del puntone inclinato con l'orizzontale).

<sup>12</sup> Utilizzando la formula del Model Code 1990, con  $(F_t - H_{Ed})$  al posto di  $F_t$ , si ottiene lo stesso risultato:

$$F_{wd} = \left( 2 \frac{z}{a} - 1 \right) \frac{F_t - H_{Ed}}{3 + \frac{V_{Ed}}{F_t - H_{Ed}}} = \left( 2 \frac{280}{160} - 1 \right) \frac{470000 - 70000}{3 + \frac{700000}{470000 - 70000}} = 210526 \text{ N}$$

<sup>13</sup> La limitazione inferiore  $A_{sw} \geq 0,25 A_s$  è indicata nell'Appendice J al p.to [J.3(2)], come già richiamato sopra nel testo.

**Progetto dell'armatura secondaria verticale (traliccio 2b) per la mensola dell'esempio 10.7**

Riprendendo l'espressione riportata sopra per il traliccio 2b, nell'armatura secondaria verticale si ha

$$F_{wd} = V_{Ed} \frac{2a/z - 1}{3}$$

Come per il caso precedente, essendo presente anche un carico orizzontale  $H_{Ed}$ , nell'espressione di  $F_{wd}$  occorre utilizzare al posto di  $a=153$  mm il braccio  $a' = 160$  mm, ottenendo pertanto

$$F_{wd} = 700000 \frac{2 \cdot 160 / 280 - 1}{3} = 33333 \text{ N}$$

l'armatura secondaria verticale avrà un'area complessiva pari a

$$A_{sw} = \frac{F_{wd}}{f_{yd}} = \frac{33333}{391,3} \cong 85 \text{ mm}^2$$

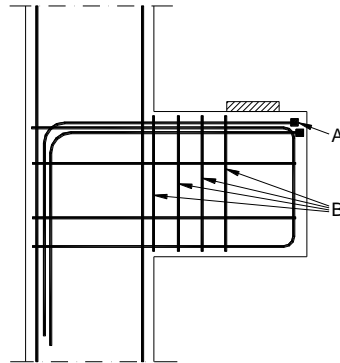
che è inferiore a quella minima [p.to J.3(3)]<sup>14</sup>

$$A_{sw, \min} = k_1 \cdot A_s = 0,25 \cdot 1232 = 308 \text{ mm}^2 \geq A_{sw}$$

si adottano pertanto 4 staffe  $\phi 8$  a due bracci ( $A_{sw} = 400 \text{ mm}^2 \geq A_{sw, \min}$ ).

Nella disposizione delle armature bisogna prestare attenzione affinché l'armatura principale sia efficacemente ancorata in corrispondenza della piastra di carico. L'ancoraggio può essere garantito adottando (figura a10.29):

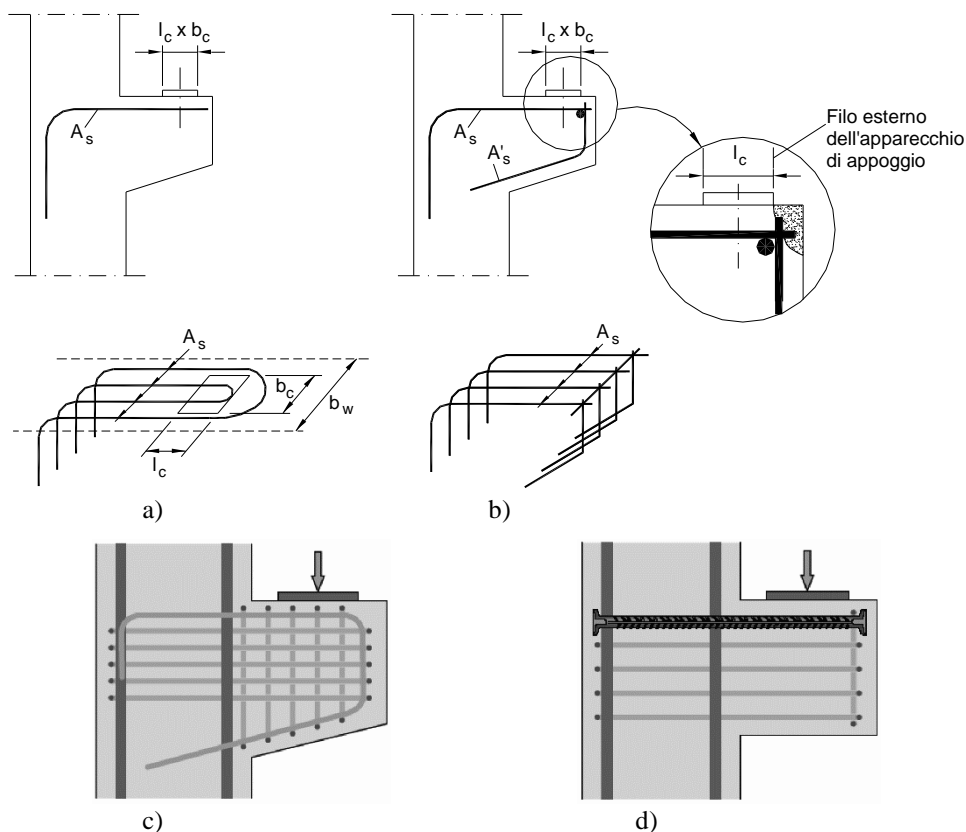
- barre a forma di cappio,
- barre rettilinee saldate ad una barra trasversale, alla quale sono inoltre saldate le barre poste sul contorno della mensola,
- barre piegate nel piano verticale che costituiscono sia l'armatura principale superiore sia l'armatura posta sul contorno,
- barre ancorate mediante dispositivi meccanici o dotate di una testa ad ognuna delle due estremità.



**Figura A10.28** Mensola dotata di armatura secondaria verticale: A = dispositivi di ancoraggio o cappi (vedi figura a10.29), B = armatura secondaria costituita da staffe chiuse verticali.

<sup>14</sup> Per  $a_c > h_c / 2$ , risulta sempre  $A_{sw} < A_{sw, \min}$ , come già evidenziato sopra.

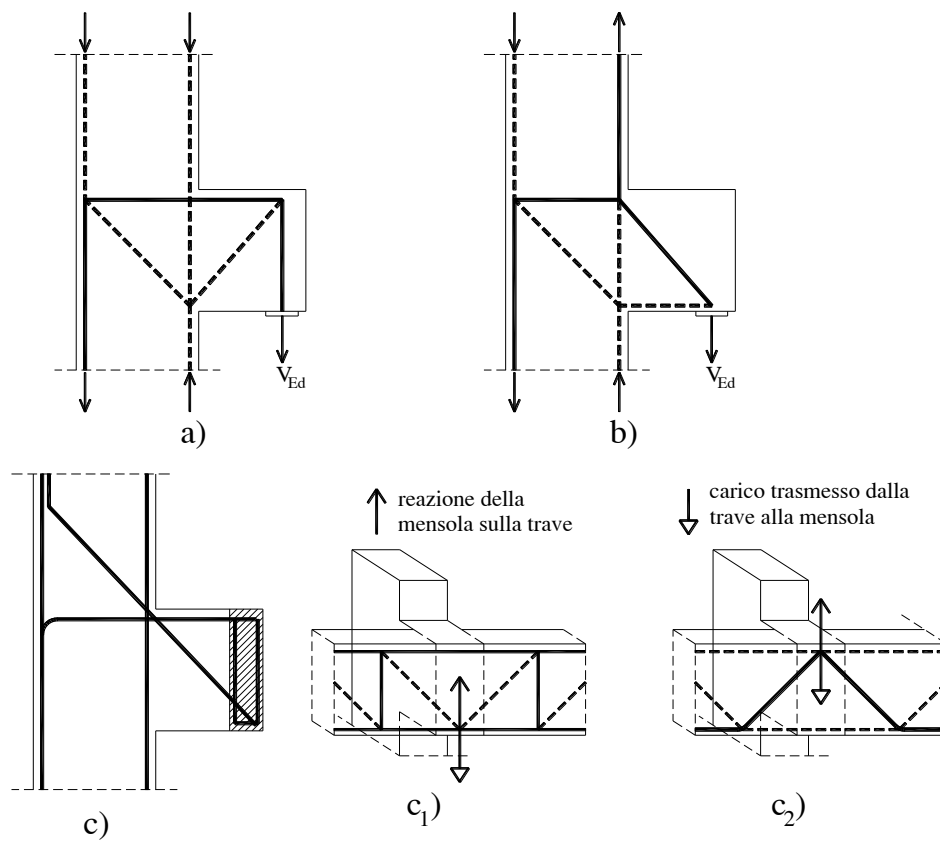




**Figura A10.29** Possibili configurazioni di armatura per una mensola tozza: a) conformazione a cappio delle armature superiori, b) barre rettilinee saldate ad una barra trasversale, c) piastra di ancoraggio, d) barre ancorate con dispositivi meccanici.

#### Osservazioni conclusive sull'esempio 10.8

Se il carico è posto all'intradosso, esso può essere trasferito in alto da un tirante verticale, riconducendosi così allo schema di calcolo valido per carico direttamente applicato all'estradosso (fig. A10.30a) oppure da un'armatura inclinata (fig. A10.30b). Quando la mensola sostiene una trave della stessa altezza (fig. A10.30c) si può adottare una combinazione dei due modelli, tenendo presente che le modalità di trasmissione del carico variano con la disposizione delle armature nella trave portata: il carico è trasferito in basso dalle bielle di calcestruzzo della trave (fig. A10.30c<sub>1</sub>), mentre eventuali ferri piegati possono trasferire il carico in alto (fig. A10.30c<sub>2</sub>).



**Figura A10.30** Mensola tozza: a) e b) carico all'intradosso, c) trave portata della stessa altezza della mensola: c<sub>1</sub>) carico trasmesso dalle bielle inclinate di calcestruzzo c<sub>2</sub>) carico trasmesso da eventuali ferri piegati.